VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA
STRUKOVNIH STUDIJA
SUBOTICA

SZABADKAI MŰSZAKI
SZAKFŐISKOLA

ZBIRKA ZADATAKA SA PRIJEMNIH ISPITA

MATEMATIKA

FELVÉTELI VIZSGAFELADATOK GYŰJTEMÉNYE

1995-2009

Subotica/Szabadka 2010

Zadatke su sastavili i rešenja dali nastavnici i saradnici
katedre za akademsko-opšteobrazovne predmete
VISOKE TEHNIČKE ŠKOLE STRUKOVNIH STUDIJA U SUBOTICI

01.07.1995. Mr. István Boros
05.09.1995. Mr. István Boros
20.09.1995. Mr. István Boros
03.07.1996. Mr. István Boros
05.09.1996. Mr. István Boros
02.07.1997. Mr. Marta.Takač
05.09.1997. Mr. Marta Takač
29.06.1998. Mr. István Boros
04.09.1998. Mr. Márta Takács
U 1999-toj godini nije bilo klasifikacionog ispita
05.07.2000. Gizella Cs.Pajor
11.09.2000. Gizella Cs.Pajor
04.07.2001. Gizella Cs.Pajor
06.09.2001. Gizella Cs.Pajor
03.07.2002. Mr. István Boros
06.09.2002. Mr. István Boros
2003-2009. Nastavnici i saradnici katedre

PRIPREMA ZBIRKE ZADATAKA ZA ELEKTRONSKU UPOTREBU I ZA ŠTAMPU
Mr. István Boros

PREDGOVOR

Ovo izdanje je namenjeno kandidatima koji polažu prijemni ispit iz Matematike za upis na jednom od sledećih studijskih programa:

Razvoj proizvoda sa mehatronikom,
Termotehnika sa ekologijom,
Elektronika sa telekomunikacijama i
Automatika sa energetikom.

Za upis na studijske programe Informatičko inženjerstvo i Internet i elektronsko poslovanje prijemni ispit se polaže iz Osnova računarstva.

Ova Zbirka sadrži listove sa zadacima koje su dobili kandidati na samom ispitu, i slede rešenja. Listovi su dvojezični: na srpskom i na mađarskom jeziku, ili u ranijem peiodu na jednoj strani su bili tekstovi na srpskom, a na poleđini na mađarskom jeziku. Nadamo se, da oblik i sadržaj ove zbirke dovoljno rečito govori o načinu polaganja i o zahtevima koji se postavljaju pred kandidatima za upis.

Želimo Vam prijatan rad, uspešno pripremanje i prijem na Visoku tehničku školu strukovnih studija u Subotici.

Autori

ELŐSZÓ

Ez a kiadvány azoknak a diákoknak szól, akik a Szabadkai Műszaki Szakfőiskolára szeretnének Matematikából felvételizni a következő szakirányok valamelyikére:

Termékfejlesztés és mechatronika,
Termotechnika és ökológia,
Elektronika és telekommunikációk és
Automatika és energetika.

A Számítástechnika, valamint az Internet és elektronikus ügyvitel szakirányokra a Számítástechnika alapjaiból kell vizsgát tenniük.

A feladatgyűjtemény az előző években használt vizsgalapokat tartalmazza. A feladok után következnek a megoldások. Mindegyik feladatlap vagy szerb és magyar nyelvű, vagy a lap egyik oldalán a feladatokat szerb nyelven, a másik oldalán pedig magyar nyelven nyomtattuk. Reméljük, hogy a forma is és a tartalom is lehetővé teszi azt, hogy a diákok felmérjék, milyen követelményeknek kell eleget tenniük a felvételi vizsgán.

Jó tanulást, eredményes felkészülést és sikeres felvételi vizsgát kívánunk Önöknek a Szabadkai Műszaki Szakfőiskola nevében.

A szerzők

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
01.07.1995.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Uprostiti izraz $\left(\frac{a+3b}{a-3b}+\frac{3a+b}{3a-b}\right)\cdot\left(3+\frac{2b}{a-b}\right)\cdot\left(1-\frac{4b}{a+b}\right)=$ (6 bodova)

2. Rešiti jednačinu: $\frac{1}{2x-18}-\frac{x}{x^2-81}=\frac{5}{4x+36}$. (6 bodova)

3. Rešiti eksponencijalnu jednačinu: $9^x+6^x=2\cdot 4^x$. (6 bodova)

4. Rešiti logaritamsku jednačinu: $\log_{16}x+\log_4 x+\log_2 x=7$. (6 bodova)

5. Naći sva rešenja jednačine: $4^{\sin^2 x}+4^{\cos^2 x}=4$. (6 bodova)

6. Dato je $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ ($\alpha<90^\circ$). Naći $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\sin 3\alpha$ i $\cos 3\alpha$. (6 bodova)

7. Temena trougla *ABC* su tačke: *A*(0, 0), *B*(–2, 3) i *C*(4, 6). Napisati jednačinu visine koja je povučena iz temena *A*. (6 bodova)

8. Dat je krug $x^2+y^2=34$ i prava koja prolazi kroz tačke *A*(6, 10) i *B*(9, –2). Koja je tačka na pravoj najbliža kružnici i koja je tačka na kružnici najbliža pravoj? (6 bodova)

9. Površina drvene kocke je 864 cm^2. Kocka je ofarbana (cela površina) crvenom bojom, zatim je razreza na kockice od po 1cm^3.
a) Kolika je ivica date kocke?
b) Koliko jediničnih kocki dobijamo tim komadanjem?
c) Koliko je tih kocki ofarbano sa 3 strane?
d) Sa 2 strane?
e) Sa 1 strane?
f) Koliko kockica uopšte nije ofarbana? (6 bodova)

10. Proizvod prva tri člana geometrijskog niza je 216. Ukoliko se treći član smanji za 3 dobijamo prva tri člana jednog aritmetičkog niza. Koji su to brojevi? (6 bodova)

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1995.07.01.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Egyszerűsítse a kifejezést: $\left(\frac{a+3b}{a-3b}+\frac{3a+b}{3a-b}\right)\cdot\left(3+\frac{2b}{a-b}\right)\cdot\left(1-\frac{4b}{a+b}\right)=$ (6 pont)

2. Oldja meg az egyenletet: $\frac{1}{2x-18}-\frac{x}{x^2-81}=\frac{5}{4x+36}$. (6 pont)

3. Oldja meg az exponenciális egyenletet: $9^x+6^x=2\cdot 4^x$. (6 pont)

4. Oldja meg a logaritmikus egyenletet: $\log_{16}x+\log_4 x+\log_2 x=7$. (6 pont)

5. Határozza meg az egyenlet minden megoldását: $4^{\sin^2 x}+4^{\cos^2 x}=4$. (6 pont)

6. Adva van $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ ($\alpha<90^\circ$). Határozza meg $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\sin 3\alpha$ i $\cos 3\alpha$ értékét. (6 pont)

7. Az ABC háromszög csúcspontjai: $A(0, 0)$, $B(-2, 3)$ i $C(4, 6)$. Írja fel az A ponton áthaladó magasság egyenletét. (6 pont)

8. Adott az $x^2+y^2=34$ kör, és az $A(6, 10)$ és $B(9, -2)$ pontokhoz illeszkedő egyenes. Melyik pont van az egyenesen legközelebb a körhöz, és melyik a körnek az egyeneshez legközelebbi pontja? (6 pont)

9. A fából készült kocka felszíne 864 cm^2. A kocka teljes felszínét befestettük, majd feldaraboltuk 1cm^3 térfogatú kis kockákra.
a) Mekkora az adott kocka éle?
b) Hány egységkockát nyertünk?
c) Hány kis kocka van 3 oldaláról befestve?
d) és 2 oldaláról?
e) és 1 oldaláról?
f) Hány kocka egyáltalán nincs befestve? (6 pont)

10. Egy mértani sorozat első három tagjának szorzata 216. Ha a harmadik számot 3-mal csökkentjük, egy számtani sorozat első három tagját nyerjük. Melyik mértani sorozatról van szó? (6 pont)

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
01.07.1995.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1995.07.01

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $\left(\dfrac{a+3b}{a-3b}+\dfrac{3a+b}{3a-b}\right)\cdot\left(3+\dfrac{2b}{a-b}\right)\cdot\left(1-\dfrac{4b}{a+b}\right)=$

$$=\frac{(a+3b)(3a-b)+(3a+b)(a-3b)}{(a-3b)(3a-b)}\cdot\frac{3a-3b+2b}{a-b}\cdot\frac{a+b-4b}{a+b}=$$

$$=\frac{6a^2-6b^2}{(a-3b)(3a-b)}\cdot\frac{3a-b}{a-b}\cdot\frac{a-3b}{a+b}=\frac{6(a-b)(a+b)(3a-b)(a-3b)}{(a-3b)(3a-b)(a-b)(a+b)}=6,$$

uz uslov: $a\neq b,\ a\neq -b,\ 3a\neq b,\ a\neq 3b.$

2. $\dfrac{1}{2x-18}-\dfrac{x}{x^2-81}=\dfrac{5}{4x+36}\ \Leftrightarrow\ \dfrac{1}{2(x-9)}-\dfrac{x}{(x-9)(x+9)}=\dfrac{5}{4(x+9)}$

Za $x\neq 9$ i $x\neq -9$ imamo: $2(x+9)-4x=5(x-9)$ ili $7x=63$, $x=9$.
Rešenje se ne prihvata, prema tome jednačina nema rešenja.

3. $9^x+6^x=2\cdot 4^x$ Podelimo jednačinu sa 4^x i dobijamo:
$\left(\dfrac{9}{4}\right)^x+\left(\dfrac{6}{4}\right)^x-2=0\Leftrightarrow\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^x-2=0$. Stavimo smenu $\left(\dfrac{3}{2}\right)^x=t$:
$t^2+t-2=0$. Rešenja su $t_1=1$ i $t_2=-2$. Iz $t_1=1$ sledi $x=0$, dok $t_2=-2$ ne prihvatamo, jer mora biti $t>0$.

4. $\log_{16}x+\log_4 x+\log_2 x=7\Leftrightarrow\dfrac{1}{4}\log_2 x+\dfrac{1}{2}\log_2 x+\log_2 x=7\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 7\log_2 x=28\quad\Leftrightarrow\ \log_2 x=4\quad\Leftrightarrow\ x=16.$

5. $4^{\sin^2 x}+4^{\cos^2 x}=4$. Zamenimo li $\sin^2 x=1-\cos^2 x$, i stavimo smenu $4^{\cos^2 x}=t$
dobijamo: $4\cdot\dfrac{1}{t}+t=4\quad\Leftrightarrow\quad t^2-4t+4=0\quad\Leftrightarrow\quad(t-2)^2=0\quad\Leftrightarrow\quad t=2.$
Iz navedenog sledi $4^{\cos^2 x}=2\ \Leftrightarrow\ 2^{2\cos^2 x}=2\ \Leftrightarrow\ 2\cos^2 x=1$, odnosno
$\cos x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Prema tome sva tražena rešenja su $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$ za $k\in\mathbf{Z}$.

6. Za sinα=$\frac{1}{2}$ (α<90^o) imamo cosα = $\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ = $\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Sledi:

sin2α = 2sinα cosα = $2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, cos2$\alpha$ = cos$^2\alpha$ – sin$^2\alpha$ =$\frac{1}{2}$.

sin3α = sin(α +2α) = sinα cos2α + cosα sin2α = 1,

cos3α = cos(α +2α) = cosα cos2α – sinα sin2α =0.

7. Odredimo prvo koeficijent pravca duži *BC*: $k_{BC}=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{6-3}{4+2}=\frac{1}{2}$. Tražena visina prolazi kroz tačku *A* i normalna je na pravu (*BC*), zato je koeficijent pravca te prave $k_{hA}=-\frac{1}{k_{BC}}=-2$. Jednačina visine je: y = –2x.

8. Povučemo normalu kroz centar kruga $x^2+y^2=34$ na pravu (*AB*). Tražene tačke su presek ove nove prave sa kružnicom i sa pravom (*AB*). p_{AB}: y = – 4x + 34. Normala na ovu pravu iz tačke (0, 0) je x – 4y = 0.

Preseci su tražene "najbliže" tačke: Na kružnici $K\left(4\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right)$, a na pravoj P(8, 2).

9. a) Neposredno se dobija, da je ivica kocke a = 12 cm, jer je 6a^2 = 864 cm^2.

b) Broj jediničnih kocki je zapremina, tj a^3 = 12^3 = 1728 cm^3 .

c) 8 kocki, koje se nalaze na temenima velike kocke ofarbano je sa 3 strane.

d) sa 2 strane ofarbano je na svakoj ivici po 10 kockica, tojest 120 kocki.

e) sa 1 strane su ofarbane kocke na svakoj od 6 strana po 100, tojest 600 kocki.

f) neofarbane su kocke "ispod površinskog sloja" a to je 10^3 = 1000 kocki.

10. To su brojevi a, aq i aq^2. Njihov proizvod je a^3q^3 = 216, iz čega sledi da je srednji broj aq = 6. Koristimo činjenicu, da je (aq^2 – 3) – aq = aq – a. Neposrednom zamenom dobija se kvadratna jednačina po q: 2q^2 – 5q + 2 = 0. Odavde je q_1 = 2, i q_2 = 1/2. Kao rešenje dobijamo ista tri broja u obrnutom redosledu 3, 6 i 12, odnosno 12, 6 i 3.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
05.09.1995.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Uprostiti izraz: $\left(1+\dfrac{1+\dfrac{1+a}{1-3a}}{1-3\dfrac{1+a}{1-3a}}\right):\left(1-3\dfrac{1+\dfrac{1+a}{1-3a}}{1-3\dfrac{1+a}{1-3a}}\right)$

2. Rešiti jednačinu (odabrati pogodnu zamenu!): $\sqrt[5]{\dfrac{16x}{x-1}}+\sqrt[5]{\dfrac{x-1}{16x}}=\dfrac{5}{2}$

3. Rešiti sistem jednačina: $\begin{aligned} &2^x+2^y=12\\ &x+y=5\end{aligned}$

4. Rešiti jednačinu: $\log_2^2 x+2\log_2\sqrt{x}-2=0$

5. Svesti izraz na funkcije ostrih uglova, zatim izračunati vrednost bez upotrebe kalkulatora:

$$\frac{\sin 750^o \cos 390^o \operatorname{tg} 1140^o}{\operatorname{ctg} 405^o \sin 1860^o \cos 780^o}$$

6. Rešiti jednačinu: $\cos 2x\cos 3x=\cos 5x$

7. Centar kružnice se nalzi na pravama $x+2y=6$ i $x-y=0$, a prolazi kroz tačku $T(-1,-1)$.
Napisati jednačinu te kružnice.

8. Odrediti jednačine zajedničkih tangenti parabole $y^2=4x$ i elipse $x^2+4y^2=8$.

9. U pravilnu četvorostranu jednakoivičnu piramidu upisana je lopta. Koliko procenata iznosi zapremina lopte od zapremine piramide?

10. Aritmetički i geometrijski niz imaju isti treći član, koji iznosi 4. Proizvod prvih članova je 2,
drugih 6. Koji su ti nizovi?

NAPOMENA: svaki zadatak se boduje maksimalno sa **6** bodova.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1995.09.05

MINŐSÍTŐ VISGA MATEMATIKÁBÓL

.

1. Egyszerűsítse a következő kifejezést: $\left(1+\dfrac{1+\dfrac{1+a}{1-3a}}{1-3\dfrac{1+a}{1-3a}}\right):\left(1-3\dfrac{1+\dfrac{1+a}{1-3a}}{1-3\dfrac{1+a}{1-3a}}\right)$

2. Oldja meg a következő egyenletet: $\sqrt[5]{\dfrac{16x}{x-1}}+\sqrt[5]{\dfrac{x-1}{16x}}=\dfrac{5}{2}$

3. Oldja meg a következő egyenletrendszert: $\begin{aligned}2^x+2^y&=12\\ x+y&=5\end{aligned}$

4. Oldja meg a következő egyenletet: $\log_2^2 x+2\log_2\sqrt{x}-2=0$

5. Vezesse vissza a szögfüggvényeket hegyesszögek függvényeire, majd számítsa ki a kifejezés érékét kalkulátor használata nélkül: $\dfrac{\sin 750^o\cos 390^o\,\mathrm{tg}\,1140^o}{\mathrm{ctg}\,405^o\sin 1860^o\cos 780^o}$

6. Oldja meg a következő egyenletet: $\cos 2x\cos 3x=\cos 5x$

7. A kör középpontja az $x+2y=6$ és az $x-y=0$ egyenesek metszéspontjában van, valamint áthalad a T(–1, –1) ponton. Írja fel a kör egyenletét!.

8. Határozza meg az $y^2=4x$ parabola, és a $x^2+4y^2=8.$ ellipszis közös érintőinek egyenletét!

9. A szabályos négyoldalú (egyenlőélű) gúlába gömböt rajzoltunk. Hány százaléka a gúla térfogatának a gömb térfogata?

10. Egy számtani és egy mértani sorozatnak is a harmadik tagja 4. Az első tagok szorzata 2, a második tagok szorzata pedig 6. Melyik ez a két sorozat?

MEGJEGYZÉS: mindegyik feladat megoldásáért legfeljebb **6** pont jár.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
20.09.1995.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1995.09.20.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $$\left(1+\frac{1+\frac{1+a}{1-3a}}{1-3\frac{1+a}{1-3a}}\right):\left(1-3\frac{1+\frac{1+a}{1-3a}}{1-3\frac{1+a}{1-3a}}\right)=\left(1+\frac{\frac{1-3a+1+a}{1-3a}}{\frac{1-3a-3-3a}{1-3a}}\right):\left(1-3\frac{\frac{1-3a+1+a}{1-3a}}{\frac{1-3a-3-3a}{1-3a}}\right)=$$

$$=\left(1+\frac{2-2a}{-2-6a}\right):\left(1-3\frac{2-2a}{-2-6a}\right)=\left(1-\frac{1-a}{1+3a}\right):\left(1+3\frac{1-a}{1+3a}\right)=$$

$$=\left(\frac{1+3a-1+a}{1+3a}\right):\left(\frac{1+3a+3-3a}{1+3a}\right)=\frac{4a}{1+3a}:\frac{4}{1+3a}=a \text{, za } a\neq\frac{1}{3} \text{ i } a\neq-\frac{1}{3}.$$

2. $\sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}}+\sqrt[5]{\frac{x-1}{16x}}=\frac{5}{2}$ za $x\neq 1$ i $x\neq 0$ stavljamo smenu: $t=\sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}}$. Sledi jednačina:

$t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2t^2-5t+2=0$. Rešenja su: $t_1 = 2$, i $t_2 = ½$.

Za $t_1 = 2$ imamo: $2=\sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}} \Rightarrow x_1=2$, za $t_2 = ½$ imamo: $\frac{1}{2}=\sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}} \Rightarrow x_2=-\frac{1}{511}$.

3. $\begin{array}{l} 2^x+2^y=12 \\ x+y=5 \end{array}$. Zamenimo iz druge jednačine $y = 5 - x$ u prvoj jednačini:

$2^x+2^{5-x}=12 \Rightarrow 2^{2x}-12\cdot 2^x+32=0$. Nakon stavljanja smene $t=2^x$ dobijemo jednačinu:

$t^2-12t+32=0$. Rešenja su: $t_1 = 8$, i $t_2 = 4$.

Za $t_1 = 8$ imamo: $2^x=8 \Rightarrow x=3,\ y=2.$ Za $t_2 = 4$ imamo: $2^x=4 \Rightarrow x=2,\ y=3.$

4. $\log_2^2 x + 2\log_2 \sqrt{x} - 2 = 0$. Primenom osobina logaritma i stavljanja smene $z = \log_2 x$ imamo

jednačinu: $z^2 + x - 2 = 0$ sa rešenjima: $z_1 = -2$, i $z_2 = 1$, odnosno : $x_1 = \frac{1}{4}$, i $x_2 = 2$.

5. $$\frac{\sin 750^o \cos 390^o \operatorname{tg} 1140^o}{\operatorname{ctg} 405^o \sin 1860^o \cos 780^o} = \frac{\sin(2\cdot 360^o + 30^o)\cdot\cos(360^o + 30^o)\cdot\tan(8\cdot 180^o + 0^o)}{\cot(2\cdot 180^o + 45^o)\cdot\sin(5\cdot 360^o + 60^o)\cdot\cos(2\cdot 360^o + 60^o)} =$$

$$= \frac{\sin 30^o \cos 30^o \tan 0^o}{\cot 45^o \sin 60^o \cos 60^o} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0}{1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}} = \mathbf{0}\ .$$

6. $\cos 2x \cos 3x = \cos 5x$. Primenom formule $\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$ dobijemo

$$\cos 2x \cos 3x = \frac{1}{2}(\cos 5x + \cos x).$$

Zamenimo li to u datoj jednačini imamo: $\cos 5x - \cos x = 0$.

Pošto je $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ sledi: $-2\sin 3x \sin 2x = 0$.

Odatle se rešenja: $\sin 3x = 0 \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}$, ili $\sin 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$, za $k \in \mathbf{Z}$.

7. Presek pravih $x + 2y = 6$ i $x - y = 0$ je tačka $C(2,\ 2)$.

Poluprečnik kružnice je je rastojanje $CT = \sqrt{18}$.

Iz toga neposredno sledi jednačina tražene kružnice: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 18$.

8. Jednačine zajedničkih tangenti parabole $y^2 = 4x$ i $x^2 + 4y^2 = 8$ tražimo u obliku $y = kx + n$.

Uslov dodira parabole je $p = 2kn$, gde je p parametar parabole. Sledi $k = \frac{1}{n}$.

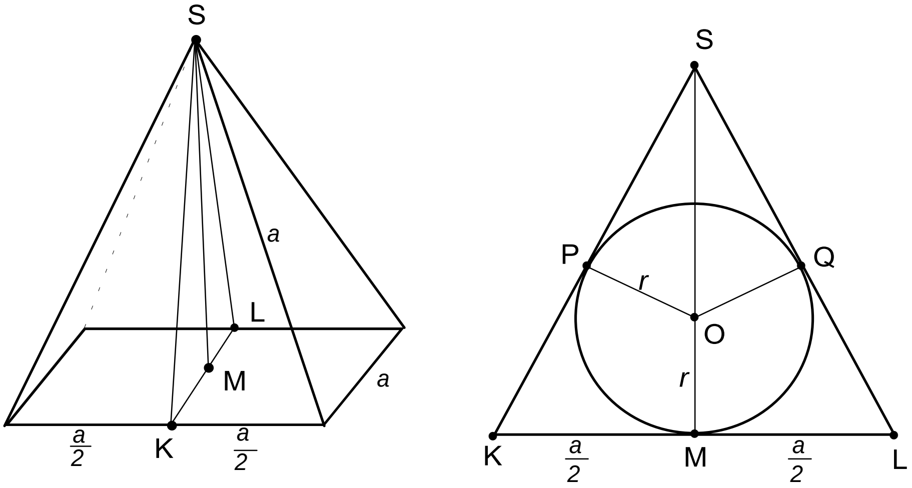
Uslov dodira elipse je $a^2k^2 + b^2 = n^2$, gde su a i b poluose elipse. Sledi: $k^2 = \frac{1}{4}$.

Objedinjavajući zaključke dobijamo za $k = \frac{1}{2}$ $n = 2$, i za $k = -\frac{1}{2}$ $n = -2$. Slede jednačine zajedničkih tangenti: $y = \frac{1}{2}x + 2$, $\quad y = -\frac{1}{2}x - 2$.

9. Posmatrajmo osni presek KLS. $KS = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MS = H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $PS = h - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}\left(\sqrt{3-1}\right)$,

$OS = H - r = \frac{a\sqrt{2}}{2} - r$. Pošto je $r^2 = OS^2 - PS^2$ dobijamo $r = \frac{a}{4}\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right)$. Zapremina piramide

je: $V_1 = \frac{a^2 H}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$, a zapremina lopte je: $V_2 = \frac{4}{3}r^3\pi = \frac{a^3\pi}{12}\left(3\sqrt{6} - 5\sqrt{2}\right)$.



Traženi procentni broj je $p = \frac{100V_2}{V_1} = 50\pi\left(3\sqrt{3} - 5\right) \approx 30{,}8\%$.

10. Neka su članovi aritmetičke progresije a_1, a_2 i a_3, a članovi geometrijskog niza su b_1, b_2 i b_3, pri čemu je $a_3 = b_3 = 4$, zatim $a_1 \cdot b_1 = 2$ i $a_2 \cdot b_2 = 6$. Na osnovu svojstava aritmetičkog i geometrijskog niza zapisujemo:

$a_2 = a_3 - d = 4 - d$ i $a_1 = a_3 - 2d = 4 - 2d$. dok je $b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{4}{q}$ i $b_1 = \frac{b_3}{q^2} = \frac{4}{q^2}$.

Po uslovu zadatka je $a_1 \cdot b_1 = 2 = (4 - 2d) \cdot \frac{4}{q^2}$, i $a_2 \cdot b_2 = 6 = (4 - d) \cdot \frac{4}{q}$. Iz ove druge

jednačine sledi: $d = \frac{8 - 3q}{2}$. Zamenimo li to u prethodnu jednačinu dobijamo:

$q^2 - 6q + 8 = 0$.

Rešenja po nepoznatom q su: $q_1 = 2$ i $q_2 = 4$.

Za $q_1 = 2$ dobijamo $d_1 = 1$, pa je traženi aritmetički niz 2, 3, 4, a geometrijski je 1, 2, 4.

Za $q_2 = 4$ dobijamo $d_2 = -2$, pa je traženi aritmetički niz 8, 6, 4, a geometrijski je ¼, 1, 4.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
20.09.1995.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Uprostiti izraz: $\dfrac{\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{x}{ab}\right)(a+b+x)}{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{2}{ab}-\dfrac{x^2}{a^2b^2}}$.

2. Rešiti jednačinu: $\sqrt{x}+\sqrt{x-\sqrt{1-x}}=1$.

3. Rešiti eksponencijalnu jednačinu: $\left(\sqrt[4]{\sqrt{10}+3}\right)^x-\left(\sqrt[4]{\sqrt{10}-3}\right)^x=12\sqrt{10}$.

4. Rešiti logaritamsku jednačinu: $\log^4\left(x^2+1\right)^2-\log^2\left(x^2+1\right)^3-7=0$.

5. Rešiti trigonometrijsku jednačinu: $9\sin^2 x-30\sin x\cos x+25\cos^2 x=25$.

6. Odrediti vrednosti ostalih trigonometrijskih funkcija ugla α, ako je $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$,
   i $\operatorname{ctg}\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

7. Izračunati površinu trougla obrazovanog tangentama elipse $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$ povučene
   iz tačke $P\left(\dfrac{10}{3},\dfrac{5}{3}\right)$**,** i ose *Ox*.

8. U krug jediničnog poluprečnika upisan je pravougaonik sa odnosom stranica 1:3. Koliko procenata čini površina pravougaonika od površine kruga?

9. Osnova prave prizme je pravougli trougao *ABC*. *AC* = 1dm. Prav ugao je kod temena *C*, dok ugao kod temena *A* iznosi 60^0. Ugao izmedju bočnih dijagonala koje ishode iz tačke A je 30^0. Izračunati zapreminu prizme!

10. Ako se od 4 broja odbaci prvi, ostali čine geometrijsku progresiju. Ako se odbaci poslednji, ostaje aritmetička progresija. Zbir brojeva iz geometrijske progresije je 13, a zbir tri broja iz aritmetičke progresije iznosi 3. Naći te brojeve.

Napomena: Svaki zadatak se boduje maksimalo sa 6 bodova.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1995.09.20

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Egyszerűsítse a kifejezést: $\dfrac{\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{x}{ab}\right)(a+b+x)}{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{2}{ab}-\dfrac{x^2}{a^2b^2}}$.

2. Oldja meg az egyenletet: $\sqrt{x}+\sqrt{x-\sqrt{1-x}}=1$.

3. Oldja meg az exponenciális egyenletet: $\left(\sqrt[4]{\sqrt{10}+3}\right)^x-\left(\sqrt[4]{\sqrt{10}-3}\right)^x=12\sqrt{10}$.

4. Oldja meg a logaritmikus egyenletet: $\log^4\left(x^2+1\right)^2-\log^2\left(x^2+1\right)^3-7=0$.

5. Oldja meg a trigonometriai egyenletet: $9\sin^2 x-30\sin x\cos x+25\cos^2 x=25$.

6. Határozza meg az α szög többi szögfüggvényét, ha $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ és $\mathrm{ctg}\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

7. Számítsa ki annak a háromszögnek a területét, amelyet az $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$ ellipszishez a $P\left(\dfrac{10}{3},\dfrac{5}{3}\right)$ pontból húzott érintők és az Ox tengely alkotnak.

8. Az egységsugarú körbe téglalapot rajzoltunk amely oldalainak aránya 1:3. A kör területének hány százaléka tartozik a téglalaphoz?

9. Az egyenes hasáb alaplapja az ABC derékszögű háromszög. $AC=1$dm. A derékszög a C pontnál van, míg az A pontnál lévő szög 60^0. Az A pontból kiinduló oldalátlók egymás között 30^0-os szöget zárnak be. Határozza meg a hasáb térfogatát!

10. Ha 4 szám közül elhagyjuk az elsőt, a megmaradók mértani sorozatot alkotnak. Ha az utolsót hagyjuk el, akkor számtani sorozat marad. A mértani sorozathoz tartozó számok összege 13, míg a számtanihoz tartozók összege 3. Melyik ez a 4 szám?

Megjegyzés: A feladatok mindegyike legfeljebb 6 ponttal értékelhető.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
20.09.1995.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1995.09.20.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. Za $a\neq 0$ i $b\neq 0$ imamo: $\dfrac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{x}{ab}\right)(a+b+x)}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}-\frac{x^2}{a^2b^2}}=\dfrac{\frac{b+a-x}{ab}(a+b+x)}{\frac{b^2+a^2+2ab-x^2}{a^2b^2}}=$

$=\dfrac{(a+b-x)(a+b+x)}{\frac{(a+b)^2-x^2}{ab}}=\dfrac{(a+b)^2-x^2}{\frac{(a+b)^2-x^2}{ab}}=ab$, pod uslovom da je $x\neq\pm(a+b)$.

2. Za $x\geq 0$ i $1\geq x$ imamo: $\sqrt{x}+\sqrt{x-\sqrt{1-x}}=1 \Leftrightarrow \sqrt{x-\sqrt{1-x}}=1-\sqrt{x}$.
Kvadriramo li jednačinu, dobijamo: $x-\sqrt{1-x}=1-2\sqrt{x}+x \Leftrightarrow -\sqrt{1-x}=1-2\sqrt{x}$.
Ponovnim kvadriranjem: $1-x=1-4\sqrt{x}+4x \Leftrightarrow 4\sqrt{x}=5x \Leftrightarrow 16x=25x^2$.
Rešenja ove poslednje jednačine su $x_1=0$ i $x_2=16/25$, od kojih brojeva samo ovaj <u>drugi zadovoljava</u> polaznu jednačinu!

3. $\left(\sqrt[4]{\sqrt{10}+3}\right)^x-\left(\sqrt[4]{\sqrt{10}-3}\right)^x=12\sqrt{10}$. Uočiti, da je $\sqrt{10}+3=\dfrac{1}{\sqrt{10}-3}$, pa je
moguća smena $t=\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x}{4}}$. Dobija se jednačina $t^2-12\sqrt{10}\,t-1=0$ čija su
rešenja $t_{1/2}=6\sqrt{10}\pm 19$. Pošto mora biti $t>0$, sledi $t=6\sqrt{10}+19=\left(\sqrt{10}+3\right)^2$.
Konačno rešenje je: $\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x}{4}}=\left(\sqrt{10}+3\right)^2 \Leftrightarrow x=8$.

4. $\log^4\left(x^2+1\right)^2-\log^2\left(x^2+1\right)^3-7=0$. Primenom osobine logaritma dobijamo:
$16\log^4\left(x^2+1\right)-9\log^2\left(x^2+1\right)-7=0$. Stavimo smenu $t=\log^2(x^2+1)$:
$16t^2-9t-7=0$. Rešenja ove poslednje jednačine su $t_{1/2}=\dfrac{9\pm 23}{32}$.

Negativno rešenje se odbacuje zbog kvadrata, pa će biti $t=\log^2(x^2+1)=1$, sledi: $\log(x^2+1)=\pm 1$. Za +1 dobijamo $x^2 + 1 = 10$, odnosno $x = \pm 3$.

Drugo rešenje (–1) odbacujemo jer ne postoji realno x za koje je $\log(x^2+1)=-1$, naime, trebalo bi da bude $x^2 = 10^{-1} - 1 = -0{,}9$.

5. $9\sin^2 x - 30\sin x\cos x + 25\cos^2 x = 25$. Nakon smene $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ imamo:

$-16\sin^2 x - 30\sin x \cdot \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x\,(8\sin x + 15\cos x) = 0 \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ $\sin x = 0$, što znači $x = k\pi$, ili je $8\sin x + 15\cos x = 0$, to jest $\operatorname{tg} x = -8/15$.

Ovo zadnje rešenje znači $x = 118°56' + k\pi$, gde je $k \in \mathbf{Z}$.

6. Pošto je $ctg\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ zato je $tg\alpha = \dfrac{1}{ctg\alpha} = -\sqrt{3}$.

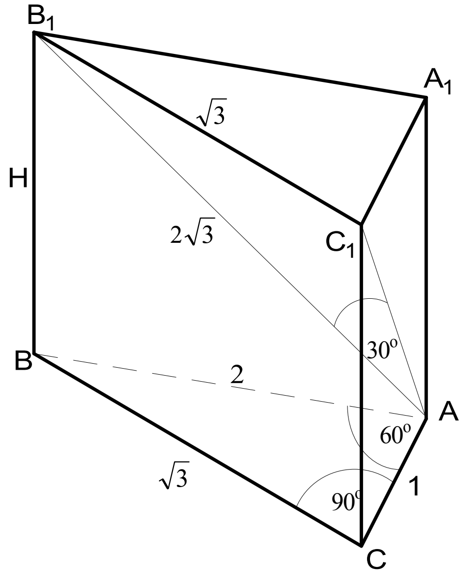
Imamo identičnost $\sin\alpha = \dfrac{tg\alpha}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \dfrac{-\sqrt{3}}{\pm 2}$. Zbog uslova $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

dobijemo, da je $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Slično zbog uslova zadatka je $\cos\alpha = +\dfrac{1}{2}$.

7. Neka je jednačina tangente $Ax + By + C = 0$. Uslov dodira je $a^2A^2 + b^2B^2 - C^2 = 0$, gde su a i b poluose elipse. To znači: $20A^2 + 5B^2 - C^2 = 0$. Pored toga prava prolazi kroz tačku $P\left(\dfrac{10}{3}, \dfrac{5}{3}\right)$: $A\cdot\dfrac{10}{3} + B\cdot\dfrac{5}{3} + C = 0$. Rešavanjem sistema od ove dve jednačine dobijamo tangente: $x + y = 5$ i $x + 4y = 10$. Koordinate preseka ovih pravih sa osom Ox su tačke $A(5, 0)$ i $B(10, 0)$. Prema tome osnova trougla je duž AB=5, a visina trougla je ordinata tačke P. Zato je tražena površina $p_\Delta = \dfrac{5\cdot\frac{5}{3}}{2} = \dfrac{25}{6}$.

8. Pravougaonik upisan u krug jediničnog poluprečnika ima dijagonalu dužine 2, a jedna stranica ima dužinu x, dok druga $3x$. Po Pitagorinoj teoremi je $x^2 + 9x^2 = 4$, odnosno $x^2 = 2/5$. Površina pravougaonika je $x\cdot 3x = 3x^2 = 6/5 = 1{,}2$. Pošto je površina kruga π, traženi procenat će biti $k = \dfrac{p_1}{p_2}\cdot 100\% = \dfrac{1{,}2}{\pi}\cdot 100\% \approx 38{,}2\%$.

9. Pošto je osnova "polovina" jednakostraničnog - trougla, dužine ivica su: AC=1, AB=2 i BC=$\sqrt{3}$.



Prava B_1C_1 je normalna na celu bočnu stranu ACC_1A_1, pa je normalna i na duž AC_1.
To znači da je trougao AC_1B_1 pravougli sa pravim uglom kod tačke C_1. Prema tome i to je "polovina" jednakostraničnog trougla, zato iz $B_1C_1=\sqrt{3}$ sledi: $AB_1 = 2\sqrt{3}$.

Visinu H računamo pomoću Pitagorine teoreme: $H^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2^2 = 8$. Sledi $H=2\sqrt{2}$, a tražena zapremina je:

$$V = B \cdot H = p_{ABC} \cdot H = \frac{AC \cdot BC}{2} \cdot BB_1$$

$$V = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2}\sqrt{2} = \sqrt{6}$$

10. Neka su prva tri broja, koji čine aritmetičku progresiju označeni sa a, $a+d$, $a+2d$. Četvrti član je deo geometrijske progresije čiji su prvi i drugi član $a+d$, $a+2d$, zato je količnik te progresije $(a+2d)/(a+d)$. Dok je četvrti broj jednak $(a+2d)^2/(a+d)$. Po uslovima zadatka imamo: $(a+d)+(a+2d)+\dfrac{(a+2d)^2}{a+d}=13$, i $a + (a+d) + (a+2d) = 3$

Iz ovog sistema jednačina slede rešenja. Za $d_1 = -5$ dobijemo $a = 6$ i brojeve: 6, 1, –4, 16,

a za $d_2 = 2$ dobijemo $a = -1$ i brojeve –1, 1, 3, 9.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
03.07.1996.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Uprostiti izraz $\sqrt{a^2+b}-\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b}}+\dfrac{1+\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b}}}{a+\sqrt{a^2+b}}=$ (6 bodova)

2. Rešiti jednačinu: $\dfrac{x-1}{1+\sqrt{x}}+\dfrac{1-\sqrt{x}}{2}=4$. (6 bodova)

3. Rešiti eksponencijalnu jednačinu: $9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{7}{2}}-3^{2x-1}$. (6 bodova)

4. Rešiti logaritamsku jednačinu: $\log_{32}2x-\log_8 4x+\log_2 x=3$. (6 bodova)

5. Dokazati identičnost $\sin\alpha+\sin\left(\alpha+\dfrac{2\pi}{3}\right)+\sin\left(\alpha+\dfrac{4\pi}{3}\right)=0$. (6 bodova)

6. Naći sva rešenja trigonometrijske jednačine:
$\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x=0$. (6 bodova)

7. Osnova jednakokrakog trougla *ABC* je duž *AB*: $A(-1, 5)$, $B(5, 3)$. Odrediti površinu tog trougla ako se treće teme nalazi na osi *Ox*. (6 bodova)

8. Pod kojim uglom se vidi krug $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ iz tačke $P(5, 2)$.
(6 bodova)

9. Odrediti površinu i zapreminu lopte koja je opisana oko kocke, čija je zapremina $V_1 = 24\sqrt{3}\ \text{cm}^3$. (6 bodova)

10. Tri broja čine aritmetički niz, a njihov zbir je 12. Ako se poslednji poveća za vrednost prvog broja, dobija se geometrijski niz. Koji so to brojevi? (6 bodova)

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1996.07.03.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Egyszerűsítse a kifejezést $\sqrt{a^2+b}-\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b}}+\dfrac{1+\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b}}}{a+\sqrt{a^2+b}}=$ (6 pont)

2. Oldja meg az egyenletet: $\dfrac{x-1}{1+\sqrt{x}}+\dfrac{1-\sqrt{x}}{2}=4$. (6 pont)

3. Oldja meg az exponenciális egyenletet: $9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{7}{2}}-3^{2x-1}$. (6 pont)

4. Oldja meg a logaritmikus egyenletet: $\log_{32}2x-\log_8 4x+\log_2 x=3$. (6 pont)

5. Igazolja az alábbi azonosságot: $\sin\alpha+\sin\left(\alpha+\dfrac{2\pi}{3}\right)+\sin\left(\alpha+\dfrac{4\pi}{3}\right)=0$. (6 pont)

6. Határozza meg a trigonometriai egyenlet minden megoldását:
$\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x=0$. (6 pont)

7. Az ABC egyenlőszárú háromszög alapja az AB szakasz: $A(-1, 5)$, $B(5, 3)$. Határozza meg a háromszög területét, ha a harmadik csúcspont az Ox tengelyhez illeszkedik. (6 pont)

8. Mekkora szög alatt látszik az $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ kör a $P(5, 2)$ pontból? (6 pont)

9. Határozza meg a kocka köré írt gömb felszínét és térfogatát, ha a kocka térfogata $V_1 = 24\sqrt{3}\ \text{cm}^3$. (6 pont)

10. Három szám számtani sorozatot alkot, összegük 12. Ha az utolsó számot megnöveljük az első szám értékével, akkor mértani sorozatot nyerünk. Melyek ezek a számok? (6 pont)

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
03.07.1996.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1996.07.03.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $$\sqrt{a^2+b}-\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b}}+\frac{1+\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b}}}{a+\sqrt{a^2+b}}=\frac{a^2+b-a^2}{\sqrt{a^2+b}}+\frac{\dfrac{\sqrt{a^2+b}+a}{\sqrt{a^2+b}}}{a+\sqrt{a^2+b}}=$$

$$=\frac{b}{\sqrt{a^2+b}}+\frac{1}{\sqrt{a^2+b}}=\frac{b+1}{\sqrt{a^2+b}}$$

2. Jednačina $\dfrac{x-1}{1+\sqrt{x}}+\dfrac{1-\sqrt{x}}{2}=4$ ima smisla za $x \geq 0$. Eliminacijom razlomaka:

$$2(x-1)+(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})=8(1+\sqrt{x}) \quad \Leftrightarrow \quad 2x-2+1-x=8+8\sqrt{x} \quad \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \quad x-9=8\sqrt{x} \uparrow^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2-82x+81=0$. Rešenja su $x_1 = 1$ i $x_2 = 81$.

Proverom se utvrdjuje da samo broj 81 zadovoljava polaznu jednačinu.

3. $$9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{7}{2}}-3^{2x-1} \quad \Leftrightarrow \quad 9^x+9^x\cdot 3^{-1}=2^x\,2^{\frac{7}{2}}+2^x\,2^{\frac{1}{2}} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 9^x\left(1+\frac{1}{3}\right)=2^x\,2^{\frac{1}{2}}(8+1) \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{9}{2}\right)^x=\frac{9\cdot 2^{\frac{1}{2}}}{\frac{4}{3}}=\left(\frac{9}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow \quad x=\frac{3}{2}.$$

4. $$\log_{32}2x-\log_8 4x+\log_2 x=3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{5}(1+\log_2 x)-\frac{1}{3}(2+\log_2 x)+\log_2 x=3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 13\log_2 x=52 \quad \Leftrightarrow \quad \log_2 x=4 \quad \Leftrightarrow \quad x=16.$$

5. Za dokaz jednakosti $\sin\alpha + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$ primenimo identičnost:

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$. Spojimo prvi i treći sabirak na predloženi način

$$\sin\alpha + \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = 2\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Pošto je $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$, sledi da je tvrdjenje zadatka tačno:

$$2\left(-\frac{1}{2}\right)\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = 0.$$

6. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$.

Primenimo formulu iz prethodnog zadatka na sabirke 1 i 4, odnosno na 2 i 3.

$$2\sin\frac{5x}{2}\cos\frac{3x}{2} + 2\sin\frac{5x}{2}\sin\frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow \sin\frac{5x}{2} = 0 \text{ ili } \cos\frac{3x}{2} + \sin\frac{x}{2} = 0.$$

Prva mogućnost neposredno daje $\frac{5x}{2} = k\pi$, odnosno $x = \frac{2k\pi}{5}$ za $k\in\mathbf{Z}$.

Drugu jednačinu napišimo u obliku zbira sinusa, zatim opet primenimo formulu za zbir sinusa: $\cos\frac{3x}{2} + \sin\frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2}\right) + \sin\frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$. Iz te jednačine slede još dve serije rešenja:

$$x = \frac{\pi}{2} - 2k\pi \quad \text{i} \quad x = k\pi - \frac{\pi}{4} \text{ za } k\in\mathbf{Z}$$

7. Napišimo jednačinu visine trougla ABC koja pripada duži AB: To je simetrala duži $A(-1, 5)$, $B(5, 3)$. Prolazi kroz središte duži a to je tačka $C_1(2, 4)$ i normalna je na (AB). Pošto je $k_{AB} = -1/3$, zato ta visina ima jednačinu $y - 4 = 3(x - 2)$. Ta prava seče osu Ox u tački $C(2/3, 0)$. Dužina osnovice je $AB = 2\sqrt{10}$, visina trougla je $CC_1 = \frac{4}{3}\sqrt{10}$. Prema tome, površina je: $p_\Delta = \frac{AB\cdot CC_1}{2} = \frac{2\sqrt{10}\cdot\frac{4}{3}\sqrt{10}}{2} = \frac{40}{3}$.

8. Povucimo tangete kruga $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ iz tačke $P(5, 2)$. To će biti prave $y - 2 = k(x - 5)$ koje sa kružnicom imaju jednu zajedničku tačku. Situacija se poklapa ako posmatramo centralni krug $x^2 + y^2 = 4$ i tačku $Q(4, 0)$, odnosno pravu $y = k(x - 4)$ (jer je centar polazne kružnice $C(1, 2)$ a poluprečnik $r = 2$).
Uvrstimo u jednačinu kružnice i zahtevamo jedno rešenje. To nas dovodi do izjednačavanja diskriminante sa nulom a to je jednačina: $x^2 + (kx - 4k)^2 = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2(1 + k^2) - 8k^2 x + 16k^2 - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow D = 64k^4 - 4(1 + k^2)(16k^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3k^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow k_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{1}{3}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.

To su koeficijenti pravaca tangenti. Tangens ugla izmedju njih je:

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 60°.$$

9. Ta lopta ima prečnik, koji je jednak telesnoj dijagonali kocke: $2R = a\sqrt{3}$.
Iz zapremine kocke $V_1 = 24\sqrt{3}$ cm^3 sledi: $a^3 = 24\sqrt{3}$. Očevidno mora biti $a = t\sqrt{3}$, gde je t zasad nepoznat broj. Odavde je $a^3 = t^3\, 3\sqrt{3}$. Zaključujemo: $a^3 = 24\sqrt{3} = t^3\, 3\sqrt{3}$. Pa mora biti $t^3 = 8$ odnosno $t = 2$, pa će biti $a = 2\sqrt{3}$.
Pošto je $2R = a\sqrt{3}$ sledi $2R = 2\sqrt{3}\,\sqrt{3}$. To znači: $R = 3$.
Zapremina te lopte je V = 108π/3 cm^3, dok je površina P = 36π cm^2.

10. Neka su to brojevi a, $a+d$ i $a+2d$, pri čemu je $3a+3d = 12$, ili $a+d = 4$.
Druga jednačina se dobija iz količnika geometrijskog niza: $\frac{a+d}{a} = \frac{(a+2d)+a}{a+d}$,

ili $(a + d)^2 = a(2a + 2d)$. Rešavanjem ovog sistema jednačina dobijemo: $d = a = 2$. To znači, traženi su brojevi: 2, 4, 6.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
05.09.1996.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Izračunati $(a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}$ ako je $a=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}$, $b=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}$. (6 bodova)

2. Rešiti jednačinu: $\sqrt{x+2}-\sqrt{2x-3}=1$. (6 bodova)

3. Rešiti eksponencijalnu jednačinu: $0.125\cdot 4^{2x-1}=\left(\dfrac{0.25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$. (6 bodova)

4. Rešiti logaritamsku jednačinu: $\log_x 2-\log_4 x+\dfrac{7}{6}=0$. (6 bodova)

5. Ako je $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{1}{7}$ i $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{4}$ odrediti $\mathrm{tg}\beta$. (6 bodova)

6. Rešiti trigonometrijsku jednačinu: $2+\cos 4x=2\sin^2 x$. (6 bodova)

7. Težište *T* trougla *ABC* pripada osi *Ox*, teme *C* pripada osi *Oy*, dok temena *A* i *B* su data: *A*(2,–3), *B*(–5,1). Odrediti koordinate tačaka *T* i *C*. (6 bodova)

8. Oko kružnice $x^2+y^2=100$ opisan je tangentni četvorougao čija su dva suprotna temena *A*(–14,–2) i *C*(20,10). Odrediti koordinate temena *B* i *D*. (6 bodova)

9. Iz pravog kružnog valjka poluprečnika R=5 cm i visine H=150 cm isečeno je 15 kugli poluprečnika r=5 cm. Kolika je zapremina otpada i koliko je to procenata od zapremine valjka? (6 bodova)

10. Četiri broja čine geometrijski niz, a njihovi logaritmi za osnovu 3 čine aritmetički niz čiji je zbir 18, a razlika *d*=1. Koji so to brojevi? (6 bodova)

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1996.09.05.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Számítsa ki $(a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}$ értékét, ha $a=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}$, $b=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}$.(6 pont)

2. Oldja meg az egyenletet: $\sqrt{x+2}-\sqrt{2x-3}=1$. (6 pont)

3. Oldja meg az exponenciális egyenletet: $0.125\cdot 4^{2x-1}=\left(\frac{0.25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$. (6 pont)

4. Oldja meg az egyenletet: $\log_x 2-\log_4 x+\frac{7}{6}=0$. (6 pont)

5. Ha $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{7}$ és $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$, határozza meg $\operatorname{tg}\beta$ értékét.
(6 pont)

6. Oldja meg a trigonometriai egyenletet: $2+\cos 4x=2\sin^2 x$. (6 pont)

7. Az *ABC* háromszög *T* súlypontja az *Ox* tengelyhez illeszkedik, míg a *C* csúcspont az *Oy* tengelyhez tartozik. Ismertek *A* és *B* pontok koordinátái: *A*(2,–3), *B*(–5,1). Határozza meg *T* és *C* pontok koordinátáit. (6 pont)

8. Az $x^2+y^2=100$ kör köré érintőnégyszöget rajzoltunk, amelyben ismertek az egyik átlójának végpontjai: *A*(–14,–2) és *C*(20,10). Határozza meg a másik átló végpontjainak, *B*-nek és *D*-nek koordinátáit. (6 pont)

9. Az R=5 cm sugarú és H=150 cm magasságú egyenes körhengerből kimetszettünk 15 gömböt, mindegyiknek a sugara r=5 cm. Mekkora a hulladék térfogata, és hány százaléka ez a henger térfogatának? (6 pont)

10. Négy szám mértani sorozatot alkot, míg a hármasalapú logaritmusaik egy számtani sorozat elemei, amelyek összege 18, a különbsége *d* pedig 1. Melyek ezek a számok? (6 pont)

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
05.09.1996.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1996.09.05.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSITŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $(a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}=\dfrac{1}{a+1}+\dfrac{1}{b+1}=\dfrac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}+1}+\dfrac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}+1}=$

$$=\frac{1}{\frac{1}{2+\sqrt{3}}+1}+\frac{1}{\frac{1}{2-\sqrt{3}}+1}=\frac{1}{\frac{3+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}+\frac{1}{\frac{3-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}=\frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)}{\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)}=\frac{6+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}-3+6-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3}{9-3}=\frac{6}{6}=1$$

.

2. $\sqrt{x+2}-\sqrt{2x-3}=1$ Očevidno mora biti $x\geq -2$ i $x\geq 3/2$, tojest $x\geq 3/2$.

$\sqrt{x+2}-\sqrt{2x-3}=1 \uparrow^2 \quad\Rightarrow\quad (x+2)-2\sqrt{x+2}\sqrt{2x-3}+(2x-3)=1 \quad\Rightarrow$

$\Rightarrow 3x-2=2\sqrt{(x+2)(2x-3)}\uparrow^2 \quad\Rightarrow\quad 9x^2-12x+4=4\left(2x^2+4x-3x-6\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow 9x^2-12x+4=8x^2+4x-24 \quad\Rightarrow\quad x^2-16x+28=0 \quad\Rightarrow\quad x_1=2$ i $x_2=14$.

Proverom utvrdjujemo, da se rešenje $x_1=2$ prihvata dok se $x_2=14$ odbacuje.

3. $0.125\cdot 4^{2x-1}=\left(\dfrac{0.25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$.

Pošto je $\quad 0.125=\dfrac{1}{8}=2^{-3}, \quad 4=2^2, \quad 0.25=\dfrac{1}{4}=2^{-2} \quad$ i $\quad \dfrac{1}{\sqrt{2}}=2^{-\frac{1}{2}}$

sledi: $2^{-3}\cdot 2^{4x-2}=\left(2^{-2}\cdot 2^{-\frac{1}{2}}\right)^{-x} \;\Rightarrow\; 2^{4x-5}=2^{\frac{5x}{2}} \;\Rightarrow\; 4x-5=\dfrac{5x}{2} \;\Rightarrow\; x=\dfrac{10}{3}$

4. $\log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0 \quad \Rightarrow \quad \log_x 2 - \frac{1}{2\log_x 2} + \frac{7}{6} = 0$.

Smena: $\log_x 2 = t \quad \Rightarrow \quad t - \frac{1}{2t} + \frac{7}{6} = 0 \quad \Rightarrow \quad 6t^2 + 7t - 3 = 0 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{3},\ t_2 = -\frac{3}{2} \quad \Rightarrow x_1 = 2^{\frac{1}{t_1}} = 2^3 = 8,\quad x_2 = 2^{\frac{1}{t_2}} = 2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

5. $tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta} \quad \Rightarrow \quad tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\frac{1}{7} + tg\beta}{1 - \frac{1}{7} \cdot tg\beta} \quad \Rightarrow 1 - \frac{1}{7}tg\beta = \frac{1}{7} + tg\beta \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 - \frac{1}{7} = \left(1 + \frac{1}{7}\right)tg\beta \quad \Rightarrow \quad tg\beta = \frac{3}{4}$.

6. $2 + \cos 4x = 2\sin^2 x \quad \Rightarrow \quad 1 + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 2\sin^2 x - 1 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad 1 - \sin^2 2x + \cos^2 2x = \sin^2 x + \sin^2 x - 1 \Rightarrow \quad 2\cos^2 2x + \cos 2x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad \cos 2x(2\cos 2x + 1) = 0 \quad \Rightarrow \cos 2x = 0$ ili $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \quad ili \quad x = \pm\frac{\pi}{3} = k\pi,\ za\ \ k \in Z.$

7. Pošto je $T \in Ox \Rightarrow T(t_x, 0)$, dok je $C \in Oy \Rightarrow C(0, c_y)$. Takodje je:

$t_x = \frac{a_x + b_x + c_x}{3}$ i $t_y = \frac{a_y + b_y + c_y}{3} \Rightarrow t_x = \frac{2 - 5 + 0}{3} = -1$ i $0 = \frac{-3 + 1 + c_y}{3}$,

odatle sledi $c_y = 2$. Prema tome: $T(-1, 0)$, $C(0, 2)$.

8. Očevidno, potrebno je odrediti tangente t_{AB} i t_{AD} zatim naći B i D.

Tangenta kružnice koja prolazi kroz tačku A je: $y + 2 = k(x + 14)$. Iz uslova dodira $r^2(k^2 + 1) = l^2$, gde je $l = 14k - 2$ imamo $k_1 = \frac{4}{3},\ k_2 = -\frac{3}{4}$.

Tangente kroz tačku C dobijaju se na sličan način: $y - 10 = k(x - 20)$. Pa iz uslova dodira sledi $k_3 = 0,\ k_4 = \frac{4}{3}$.

t_{AB}: $y = -\dfrac{3}{4}x - \dfrac{25}{2}$, t_{CB} $y = \dfrac{4}{3}x - \dfrac{50}{3}$, a njihov presek je tačka $B(2, -14)$.

t_{AD}: $y = \dfrac{4}{3}x + \dfrac{50}{3}$, t_{CD} $y = 10$, a njihov presek je tačka $D(-5, 10)$.

9. Zapremina valjka je $V_{\text{v}} = R^2\,\pi\,H = 3750\,\pi\ \text{cm}^3$. Zapremina jedne lopte je: $V_{\text{L}} = 4\,r^3\,\pi/3 = 500\,\pi/3\ \text{cm}^3$. Otpad je $V_{\text{o}} = V_{\text{v}} - 15\,V_{\text{L}} = 1250\,\pi\ \text{cm}^3$. Pošto je to tačno trećina zapremine valjka zato je to u procentima 33,33%.

10. Neka su to brojevi a, aq, aq^2 i aq^3, a njihovi logaritmi su:

$\log_3 a$, $\log_3 a + \log_3 q$, $\log_3 a + 2\log_3 q$ i $\log_3 a + 3\log_3 q$.

Zbir tih brojeva je: $4\log_3 a + 6\log_3 q = 18$, a diferencija je $\log_3 q = 1$.

Iz navedenog sledi $q = 3$, i $4\log_3 a = 12 \Rightarrow \log_3 a = 3 \Rightarrow a = 3^3 = 27$.

Prema tome traženi brojevi su: 27, 81, 243, 729.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
SUBOTICA
02.07.1997.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Uprostiti izraz: $\left(1-\frac{1-a}{1+a}\right):\left(\frac{1+a}{1-a}-a\right)=.$ (6 bodova)

2. Rešiti jednačinu: $2+\sqrt{x-16}=\sqrt{x}$. (6 bodova)

3. Rešiti eksponencijalnu jednačinu: $6^{1+x}-6^{2-x}=30$. (6 bodova)

4. Rešiti jednačinu: $\left(\frac{2}{5}\right)^{log^2 x+1}=\left(\frac{25}{4}\right)^{2-log\, x^3}$. (6 bodova)

5. Izračunati $sin(\alpha-\beta)$, ako je $sin\,\alpha=\frac{3}{5}$, i $cos\,\beta=\frac{15}{17}$. (6 bodova)

6. Rešiti trigonometrijsku jednačinu: $\frac{2\,sin\,x}{2\,sin\,x-1}+\frac{2\,sin\,x-1}{2\,sin\,x}=\frac{5}{2}$. (6 bodova)

7. Dat je trougao ΔABC koordinatama svojih temena: $A(-1,3),\ B(4,3),\ C\left(\frac{3}{2},\frac{11}{2}\right)$.

   Dokazati da je trougao pravougli i izračunati njegove oštre uglove. Kako glasi jednačina prave koja sadrži stranicu *AB*? (6 bodova)

8. Data je jednačina kružnice $x^2-6x+y^2-8y+\frac{19}{4}=0$. Naći dužinu tetiva, koje kružnca odseca na koordinatnim osama. Povući tangentu na kružnicu u kranjoj tački tetive koja pripada osi *Oy* i koja je bliža koordinatnom početku. (6 bodova)

9. Naći zbir svih trocifrenih neparnih prirodnih brojeva. (6 bodova)

10. Oko kvadra dimenzija *a*=32*cm*, *b*=24*cm*, *c*=30*cm* opisana je sfera. Naći površinu sfere i zapreminu lopte koju ograničava ta sfera. (6 bodova)

MŰSZAKI FŐISKOLA
SZABADKA
1997.07.02.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Egyszerűsítse a kifejezést: $\left(1-\frac{1-a}{1+a}\right):\left(\frac{1+a}{1-a}-a\right)=$. (6 pont)

2. Oldja meg az egyenletet: $2+\sqrt{x-16}=\sqrt{x}$. (6 pont)

3. Oldja meg az exponenciális egyenletet: $6^{1+x}-6^{2-x}=30$. (6 pont)

4. Oldja meg az egyenletet: $\left(\frac{2}{5}\right)^{log^2 x+1}=\left(\frac{25}{4}\right)^{2-log\, x^3}$. (6 pont)

5. Számítsa ki $sin(\alpha-\beta)$ értékét, ha $sin\,\alpha=\frac{3}{5}$, $cos\,\beta=\frac{15}{17}$. (6 pont)

6. Oldja meg a trigonometriai egyenletet: $\frac{2\,sin\,x}{2\,sin\,x-1}+\frac{2\,sin\,x-1}{2\,sin\,x}=\frac{5}{2}$. (6 pont)

7. Adottak az ABC háromszög csúcspontjai: $A(-1,3)$, $B(4,3)$, $C\left(\frac{3}{2},\frac{11}{2}\right)$. Bizonyítsa be, hogy a háromszög derékszögű. Határozza meg a háromszög minden szögét. Irja fel az AB oldalhoz illeszkedő egyenes egyenletét is! (6 pont)

8. Adott a kör egyenlete: $x^2-6x+y^2-8y+\frac{19}{4}=0$. Határozza meg a kör által a koordinátatengelyekből kimetszett húrok hosszúságát. Irja fel a kör azon érintőjének az egyenletét is, amely az Oy tengelyen kimetszett húrnak az O ponthoz közelebb eső végpontjában érinti a kört! (6 pont)

9. Számítsa ki a háromjegyű páratlan természetes számok összegét. (6 pont)

10. Az a=32cm, b=24cm, c=30cm élhosszúságú téglatest köré gömböt rajzoltunk. Számítsa ki a gömb felszínét és térfogatát. (6 pont)

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
02.07.1997.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1997.07.02

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $\left(1-\frac{1-a}{1+a}\right):\left(\frac{1+a}{1-a}-a\right)=$

$$\frac{1+a-(1-a)}{1+a}:\frac{1+a-a(1-a)}{1-a}=\frac{1+a-1+a}{1+a}:\frac{1+a-a+a^2}{1-a}=\frac{2a}{1+a}:\frac{1+a^2}{1-a}=$$

$$=\frac{2a}{1+a}\cdot\frac{1-a}{1+a^2}=\frac{2a(1-a)}{(1+a)(1+a^2)}$$

2. $2+\sqrt{x-16}=\sqrt{x}\qquad\uparrow^2$

(uslovi rešavanja su: $x-16\ge 0\wedge x\ge 0\Rightarrow x\ge 16\wedge x\ge 0\Rightarrow x\ge 16$)

$$4+2\cdot 2\sqrt{x-16}+(x-16)=x\quad\Rightarrow\quad 4\sqrt{x-16}=x-4-x+16\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad 4\sqrt{x-16}=12\qquad\uparrow^2\quad\Rightarrow\qquad \begin{aligned}16(x-16)&=144\\ x-16&=144/16\\ x-16&=9\\ x&=25\end{aligned}$$

Rešenje zadovoljava gore navedeni uslov, znači prihvatamao ga: $R=\{25\}$

3. $6^{1+x}-6^{2-x}=30\quad\Rightarrow\quad 6\cdot 6^x-6^2\cdot 6^{-x}=30$

$6\cdot 6^x-36\cdot\frac{1}{6^x}=30\qquad$ *smena* $:6^x=t\;\Rightarrow\;6\cdot t-36\cdot\frac{1}{t}=30\qquad /\cdot t$

$$\begin{aligned}6t^2-36&=30t\\ 6t^2-30t-36&=0\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad t_{1/2}=\frac{30\pm\sqrt{(-30)^2-4\cdot 6\cdot(-36)}}{12}\Rightarrow t_{1/2}=\frac{30\pm 42}{12}$$

$$t_1=6^{x_1}=\frac{72}{12}\qquad\qquad t_2=6^{x_2}=\frac{-12}{12}$$

$$6^{x_1}=6^1\qquad\qquad 6^{x_2}=-1$$

$$x_1=1$$

Pošto exponencijalni izraz ne može imati negatinvu vrednost, drugo rešenje ne prihvatamo, znači $R=\{1\}$.

4. $\left(\frac{2}{5}\right)^{log^2 x+1}=\left(\frac{25}{4}\right)^{2-log\, x^3}$

uslov rešavanja je $x>0$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2\,log\, x+1}=\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^{2-3\,log\, x} \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2\,log\, x+1}=\left(\frac{2}{5}\right)^{-2(2-3\,log\, x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\,log\, x+1=-2(2-3\,log\, x) \Rightarrow \begin{array}{l} 2\,log\, x+1=-4+6\,log\, x \\ 4\,log\, x=5 \\ log\, x=\frac{5}{4} \\ x=10^{\frac{5}{4}} \end{array}$$

Rešenje zadovoljava gore navedeni uslov, znači prihvatamao ga: $R=\left\{10^{\frac{5}{4}}\right\}$.

5. $sin(\alpha-\beta)=sin\alpha\cdot cos\beta-cos\alpha\cdot sin\beta$

Pošto je zadato, da je $sin\,\alpha=\frac{3}{5}$, i $cos\,\beta=\frac{15}{17}$, sledi

$$cos\alpha=\sqrt{1-sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

$$sin\,\beta=\sqrt{1-cos^2\beta}=\sqrt{1-\left(\frac{15}{17}\right)^2}=\sqrt{\frac{289-225}{289}}=\sqrt{\frac{64}{289}}=\frac{8}{17}$$

$$sin(\alpha-\beta)=\frac{3}{5}\cdot\frac{15}{17}-\frac{4}{5}\cdot\frac{8}{17}=\frac{45-32}{85}=\frac{13}{85}$$

6. $\frac{2\,sin\,x}{2\,sin\,x-1}+\frac{2\,sin\,x-1}{2\,sin\,x}=\frac{5}{2}$

(uslovi rešavanja su $2\,sin\,x-1\neq 0\wedge 2\,sin\,x\neq 0\Rightarrow sin\,x\neq\frac{1}{2}\wedge sin\,x\neq 0$)

$$\frac{2\,sin\,x}{2\,sin\,x-1}+\frac{2\,sin\,x-1}{2\,sin\,x}=\frac{5}{2} \qquad /\cdot 2(2\,sin\,x-1)sin\,x$$

$$2\,sin\,x\cdot 2\,sin\,x+(2\,sin\,x-1)(2\,sin\,x-1)=5(2\,sin\,x-1)sin\,x$$

$$4\,sin^2 x+4\,sin^2 x-4\,sin\,x+1=10\,sin^2 x-5\,sin\,x$$

$$-2\,sin^2 x+sin\,x+1=0$$

$$(sin\,x)_{1/2}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(-2)\cdot 1}}{-4} \Rightarrow (sin\,x)_{1/2}=\frac{-1\pm 3}{-4}$$

$$sin\,x_1=-\frac{1}{2}\Rightarrow x_{11}=\frac{7\pi}{6}+2k\pi \vee x_{11}=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$$

$$sin\,x_2=1\Rightarrow x_{21}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$$

7. $A(-1,3),\ B(4,3),\ C\left(\frac{3}{2},\frac{11}{2}\right).$

dužina stranice $AB=\sqrt{(4-(-1))^2+(3-3)^2}=\sqrt{25}=5$

$$BC=\sqrt{\left(\frac{3}{2}-4\right)^2+\left(\frac{11}{2}-3\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{4}+\frac{25}{4}}=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\approx 3{,}54$$

$$AC=\sqrt{\left(\frac{3}{2}-(-1)\right)^2+\left(\frac{11}{2}-3\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{4}+\frac{25}{4}}=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\approx 3{,}54$$

$AC=BC<AB$, znači AC i BC bi trebale biti katete (jednakokrakog) pravouglo trougla, a AB bi trebala biti hipotenuoza. Prema tome po Pitagorinoj teoremi

$$AC^2+BC^2=AB^2 \qquad \frac{50}{4}+\frac{50}{4}=25$$

$$\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2=5^2 \quad\Rightarrow\quad \frac{100}{4}=25$$

Uslov je zadovoljen, znači trougao je pravougli. $cos(\angle A)=\dfrac{\vec{AB}\circ\vec{AC}}{\left|\vec{AB}\right|\left|\vec{AC}\right|}$

$$\vec{AB}=(4,3)-(-1,3)=(5,0) \qquad\qquad \left|\vec{AB}\right|=AB=5$$

$$\vec{AC}=\left(\frac{3}{2},\frac{11}{2}\right)-(-1,3)=\left(\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right) \quad\Rightarrow\quad \left|\vec{AC}\right|=AC=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$cos(\angle A)=\frac{\vec{AB}\circ\vec{AC}}{\left|\vec{AB}\right|\left|\vec{AC}\right|}=\frac{5\cdot\frac{5}{2}+0\cdot\frac{5}{2}}{5\cdot\frac{5\sqrt{2}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\angle A=45^\circ$$

$$cos(\angle B)=\frac{\vec{BA}\circ\vec{BC}}{\left|\vec{BA}\right|\left|\vec{BC}\right|}\quad\Rightarrow\quad \begin{array}{l}\vec{BA}=-\vec{AB}=(-5,0)\\ \vec{BC}=\left(\frac{3}{2},\frac{11}{2}\right)-(4,3)=\left(-\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right)\end{array}$$

$$\begin{array}{l}\left|\vec{BA}\right|=AB=5\\ \left|\vec{BC}\right|=BC=\frac{5\sqrt{2}}{2}\end{array}\Rightarrow cos(\angle B)=\frac{-5\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)+0\cdot\frac{5}{2}}{5\cdot\frac{5\sqrt{2}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\angle B=45^\circ$$

(Pošto je trougao jednakokraki, naspram jednakih stranica leže jednaki uglovi, prema tome i bez računa $\angle A=\angle B=45^\circ$).
Jednačina prave kroz dve tačke

$$y_1 - y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x_1 - x), \text{ gde je } \begin{matrix} A(x_1, y_1) = (-1,3) \\ B(x_1, y_1) = (4,3) \end{matrix}$$

prema tome jednačina prave AB je $3 - y = \dfrac{3-3}{-1-4}(-1-x) \Rightarrow 3 - y = 0 \Rightarrow y = 3$

(Pošto A i B imaju iste y=3 koordinate, one su na pravoj y=3 paralelnoj Oy osi.)

8. $x^2 - 6x + y^2 - 8y + \dfrac{19}{4} = 0 \Rightarrow (x^2 - 6x + 9) + (y^2 - 8y + 16) = 16 + 9 - \dfrac{19}{4}$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{81}{4}$$

Preseci sa osama se računaju kao rešenja sistema jednačina:

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{81}{4}$$

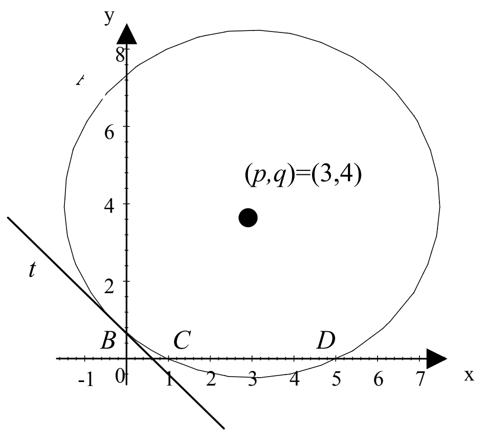
$$\underline{x = 0}$$

$$(0-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{81}{4}$$

$$9 + y^2 - 8y + 16 = \frac{81}{4}$$

$$y^2 - 8y + \frac{19}{4} = 0 / \cdot 4$$

$$4y^2 - 32y + 19 = 0$$



$$y_{1/2} = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 304}}{8} = \frac{32 \pm \sqrt{720}}{8} = \frac{32 \pm 12\sqrt{5}}{8} = \frac{8 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

Preseci kružne linije i Oy su $A\left(0, \dfrac{8+3\sqrt{5}}{2}\right), B\left(0, \dfrac{8-3\sqrt{5}}{2}\right)$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{81}{4}$$

$$\underline{y = 0}$$

$$(x-3)^2 + (-4)^2 = \frac{81}{4}$$

$$x^2 - 6x + 9 + 16 = \frac{81}{4} \qquad \Rightarrow \qquad x_{1/2} = \frac{6 \pm \sqrt{36-19}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x^2 - 6x + \frac{19}{4} = 0$$

Preseci kružne linije i Ox su $D\left(\dfrac{6+\sqrt{17}}{2}, 0\right), C\left(\dfrac{6-\sqrt{17}}{2}, 0\right)$.

Dužina tetive $AB=\sqrt{0+\left(\frac{8-3\sqrt{5}}{2}-\frac{8+3\sqrt{5}}{2}\right)^2}=3\sqrt{5}$, $CD=\sqrt{17}$.

Treba povući tangentu $t: y=kx+l$ u tačci A.

$$(x-3)^2+(y-4)^2=\frac{81}{4}\Leftrightarrow(x-p)^2+(y-q)^2=r^2,$$

jednačina tangente u zadatoj tačci $A\left(0,\frac{8+3\sqrt{5}}{2}\right)=(x_1,y_1)$ je

$$t:(x_1-p)(x-p)+(y_1-q)(y-q)=r^2\Rightarrow$$

$$t:(0-3)(x-3)+\left(\frac{8+3\sqrt{5}}{2}-4\right)(y-4)=\frac{81}{4}$$

9. $zbir=101+103+105+...+997+999$**,** što je zbir prvih n=450 članova aritmetičkog niza sa prvim članom $a_1=101$ i distancom d=2. Prema tome

$$zbir=450\frac{a_1+a_{450}}{2}=450\frac{101+999}{2}=247500.$$

10. Poluprečnik lopte je polovina dijagonale kvadra.

$$R=\frac{D}{2}=\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}=\frac{\sqrt{32^2+24^2+30^2}}{2}=\frac{\sqrt{2500}}{2}=25cm$$

$$P_{sfere}=4R^2\pi=4\cdot625\pi=2500\pi cm^2$$

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
05.09.1997.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Uprostiti izraz: $\left(\frac{2a}{x^2-4x+4}+\frac{4a}{x^2-4}+\frac{a}{x+2}\right):\frac{x}{(x-2)^2}$. (6 bodova)

2. Skratiti razlomak: $\frac{3x^3+4x^2-4x}{3x^2+8x+4}$. (6 bodova)

3. Rešiti eksponencijalnu jednačinu: $4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}$. (6 bodova)

4. Rešiti logaritamsku jednačinu: $x^{1+lg\,x}=10x$. (6 bodova)

5. Bez upotrebe računskih pomagala odrediti u stepenima, zatim u radijanima uglove četvorougla ako se oni međusobno odnose kao 6:8:9:13. (6 bodova)

6. Rešiti trigonometrijsku jednačinu: $1-sin\,x-cos\,2x=0$. (6 bodova)

7. Kroz tačku $A(x,3)$ na pravoj $3y-x=9$ povučena je normala na ovu pravu. Odrediti površinu ograničenu ovim pravima i osom Ox. (6 bodova)

8. Kružnica $4x^2+4y^2=25$ i prava $2y-14x+25=0$ se seku. Odrediti:
   a) koordinate preseka;
   b) dužinu zajedničke tetive;
   c) centralni ugao koji pripada toj tetivi. (6 bodova)

9. Oko dve lopte koje se dodiruju spolja, opisana je kupa. Zapremina jedne lopte je 8 puta veća od zapremine druge lopte, a poluprečnik manje lopte je 12 *cm*. Izračunati površinu omotača kupe. (6 bodova)

10. Tri broja su uzastopni članovi geometrijske progresije, njihov zbir je 42, a proizvod srednjeg člana sa zbirom krajnjih članova iznosi 360. Koji su to brojevi? (6 bodova)

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1997.09.05.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Egyszerűsítse a kifejezést: $\left(\frac{2a}{x^2-4x+4}+\frac{4a}{x^2-4}+\frac{a}{x+2}\right):\frac{x}{(x-2)^2}$. (6 pont)

2. Egyszerűsítse a törtet: $\frac{3x^3+4x^2-4x}{3x^2+8x+4}$. (6 pont)

3. Oldja meg az egyenletet: $4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}$. (6 pont)

4. Oldja meg az egyenletet: $x^{1+lg\,x}=10x$. (6 pont)

5. Segédeszközök igénybevétele nélkül határozza meg a négyszög szögeit fokokban és radiánokban is, ha azok aránya 6:8:9:13. (6 pont)

6. Oldja meg az egyenletet: $1-sin\,x-cos\,2x=0$. (6 pont)

7. A $3y-x=9$ egyenesen elhelyezkedő $A(x,3)$ pontból merőlegest emeltünk erre az egyenesre. Határozza meg a két egyenes és az Ox tengely által határolt terület nagyságát. (6 pont)

8. A $4x^2+4y^2=25$ kör és a $2y-14x+25=0$ egyenes metszik egymást . Határozza meg:
   a) A metszéspontok koordinátáit;
   b) A közös húr hosszát;
   c) A húrhoz tartozó középponti szög nagyságát. (6 pont)

9. Két egymást kívülről érintő gömb köré kúpot rajzoltunk. Az egyik gömb térfogata a másik gömb térfogatának a nyolcszorosa, a kisebb gömb sugara $12cm$. Határozza meg a kúp palástfelületének nagyságát. (6 pont)

10. Három szám egy mértani sorozat egymás után következő tagjai. A számok összege 42, míg a középsőnek és a két szélső összegének a szorzata 360. Melyek ezek a számok? (6 pont)

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
05.09.1997.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1997.09.05

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $$\left(\frac{2a}{x^2-4x+4}+\frac{4a}{x^2-4}+\frac{a}{x+2}\right):\frac{x}{(x-2)^2}= =\left(\frac{2a}{(x-2)^2}+\frac{4a}{(x-2)(x+2)}+\frac{a}{x+2}\right):\frac{x}{(x-2)^2}=$$

$$=\left(\frac{2a(x+2)+4a(x-2)+a(x-2)^2}{(x-2)^2(x+2)}\right)\cdot\frac{(x-2)^2}{x}=\frac{2ax+4a+4ax-8a+ax^2-4ax+4a}{x(x+2)}=$$

$$\frac{ax^2+2ax}{x(x+2)}=\frac{ax(x+2)}{x(x+2)}=a,$$ (pod uslovima $x\neq\pm2, x\neq 0$).

2. $$\frac{3x^3+4x^2-4x}{3x^2+8x+4}=$$

$$=\frac{x(3x^2+4x-4)}{3x^2+8x+4}=\frac{x(3x^2+4x-4)}{3x^2+8x+4}=\frac{3x(x+2)\left(x-\frac{2}{3}\right)}{3(x+2)\left(x+\frac{2}{3}\right)}=\frac{x\left(x-\frac{2}{3}\right)}{\left(x+\frac{2}{3}\right)}=\frac{x(3x-2)}{(3x+2)}$$

(pod uslovima $x\neq-2, x\neq-\frac{2}{3}$)

3. $$4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}\;\Rightarrow\;4^x-3^x3^{-\frac{1}{2}}=3^x3^{\frac{1}{2}}-4^x2^{-1}\qquad /4^x\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\;1-\frac{3^x}{4^x}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{3^x}{4^x}\sqrt{3}-\frac{1}{2}\qquad \text{smena}\quad \frac{3^x}{4^x}=\left(\frac{3}{4}\right)^x=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2x}=t\;\Rightarrow$$

$$1-t\frac{1}{\sqrt{3}}=t\sqrt{3}-\frac{1}{2}\qquad /\cdot 2\sqrt{3}\quad\Rightarrow\quad 2\sqrt{3}-2t=6t-\sqrt{3}\quad\Rightarrow\quad 8t=3\sqrt{3}$$

$$t=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3\Rightarrow\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2x}\Rightarrow 2x=3\Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

4. Uslov rešavanja $x > 0$

$$x^{1+lg\,x} = 10x \qquad /\,lg \quad \Rightarrow \quad lg\,x^{1+lg\,x} = lg\,10x \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (1+lg\,x)lg\,x = lg\,10 + lg\,x \qquad \text{smena} \quad lg\,x = t$$

$$(1+t)t = t+1 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad t = \pm 1$$

$$lg\,x_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 10$$

$$lg\,x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

5. $\alpha : \beta : \gamma : \delta = 6 : 8 : 9 : 13$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ \Rightarrow$$

$$6k + 8k + 9k + 13k = 360^\circ$$

$$36k = 360^\circ \Rightarrow k = 10^\circ$$

$$\alpha = 6 \cdot 10^\circ = 60^\circ$$

$$\beta = 8 \cdot 10^\circ = 80^\circ$$

$$\gamma = 9 \cdot 10^\circ = 90^\circ$$

$$\delta = 13 \cdot 10^\circ = 130^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 2\pi \Rightarrow$$

$$6k + 8k + 9k + 13k = 2\pi$$

$$36k = 2\pi \Rightarrow k = \frac{\pi}{18}$$

$$\alpha = 6 \cdot \frac{\pi}{18} = \frac{\pi}{3}$$

$$\beta = 8 \cdot \frac{\pi}{18} = \frac{4\pi}{9}$$

$$\gamma = 9 \cdot \frac{\pi}{18} = \frac{\pi}{2}$$

$$\delta = 13 \cdot \frac{\pi}{18} = \frac{13\pi}{18}$$

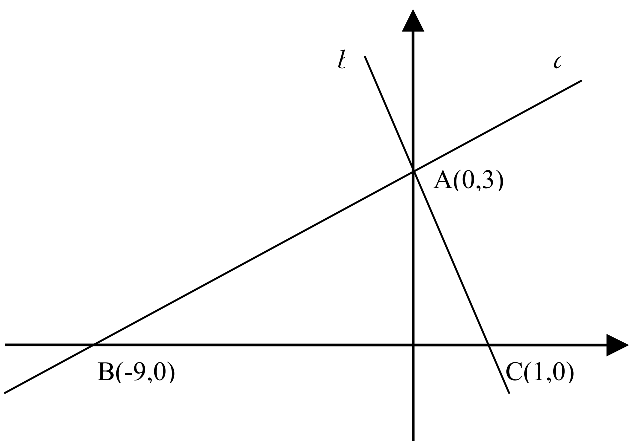
6. $$1 - sin\,x - cos\,2x = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - sin\,x - (cos^2 x - sin^2 x) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - sin\,x - (1 - sin^2 x - sin^2 x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2\,sin^2 x - sin\,x = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad sin\,x(2\,sin\,x - 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad sin\,x = 0 \vee sin\,x = \frac{1}{2}$$

$$x = k\pi \quad \vee \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \vee \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in Z$$

7.



$$a: \qquad 3y - x = 9 \Leftrightarrow y = \frac{x+9}{3}$$

$$A(x,3) \in 3y - x = 9 \quad \Rightarrow \quad x = 0.$$

$$b \perp a \Rightarrow b: \quad y = -3x + 3$$

$$P_{\Delta ABC} = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15$$

8. k: $4x^2+4y^2=25 \Leftrightarrow x^2+y^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2$,

p: $2y-14x+25=0 \Leftrightarrow y=\frac{14x-25}{2}$.

a) $\left.\begin{array}{r} 4x^2+4y^2=25 \\ y=\dfrac{14x-25}{2} \end{array}\right\} k\cap p$

$$4x^2+4\left(\frac{14x-25}{2}\right)^2=25$$

$$4x^2+196x^2-700x+625=25$$

$$200x^2-700x+600=0$$

$$2x^2-7x+6=0$$

$$x_{1/2}=\frac{7\pm\sqrt{49-48}}{4}$$

$$x_1=2, x_2=\frac{3}{2}$$

Tačke preseka su $A\left(2,-\frac{3}{2}\right), B\left(\frac{3}{2},2\right)$.

b) dužinu zajedničke tetive: $AB=\sqrt{\left(2-\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}-2\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{49}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

c) centralni ugao koji pripada toj tetivi, na osnovu cosinus pravila

$$(AB)^2=r^2+r^2-r\cdot r\cdot cos(AOB\angle)$$

$$cos(AOB\angle)=\frac{2r^2-(AB)^2}{r^2}=\frac{2\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{50-50}{50}=0 \Rightarrow AOB\angle=90^\circ.$$

9. $V_1:V_2=1:8 \Rightarrow \frac{4R_1^3\pi}{3}:\frac{4R_2^3\pi}{3}=1:8 \Rightarrow$

$$\frac{4\cdot 12^3\pi}{3}\cdot 8=\frac{4R_2^3\pi}{3} \Rightarrow R_2=24$$

$$H=2R_2+R_1+x$$

$$x:(R_1+R_2+x)=R_1:R_2 \Rightarrow R_2x=R_1(R_1+R_2+x) \Rightarrow$$

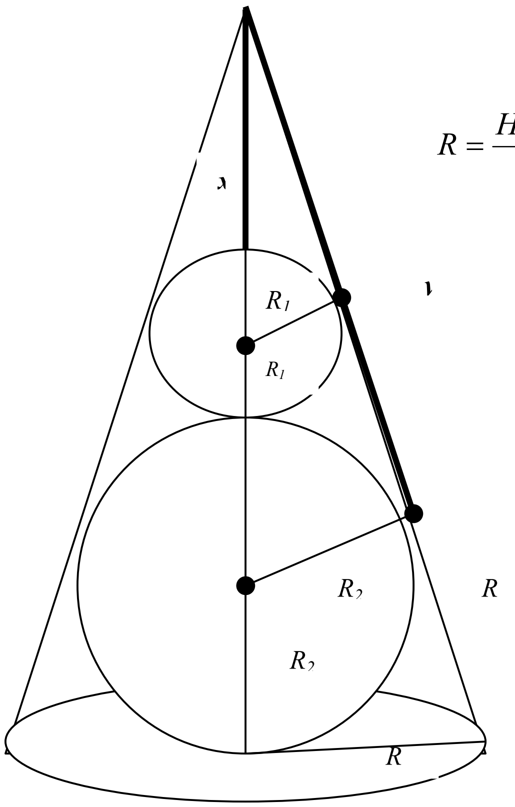
$$R_2x-R_1x=R_1^2+R_1R_2 \Rightarrow x=\frac{R_1^2+R_1R_2}{R_2-R_1}$$

$$x=\frac{144+288}{12}=36$$

$$H=2\cdot 24+12+36=96$$

$$y^2=(R_1+R_2+x)^2-R_2^2=(12+24+36)^2-24^2=5184-576=4608$$

$$y=48\sqrt{2}$$



$$(y+R)^2 = R^2 + H^2$$
$$y^2 + 2Ry + R^2 = R^2 + H^2$$
$$R = \frac{H^2 - y^2}{2y} = \frac{9216 - 4608}{96\sqrt{2}} = \frac{48}{\sqrt{2}} = 24\sqrt{2}$$

$$s = y + R = 48\sqrt{2} + 24\sqrt{2} = 72\sqrt{2}$$
$$Omotac = Rs\pi = 72\sqrt{2} \cdot 24\sqrt{2}\pi = 3456\pi \ .$$

10. Uzastopni članovi geometrijskog niza: $\frac{b}{q}, b, bq$. Iz uslova

Iz zbira tri broja sledi: $\frac{b}{q} + b + bq = 42 \Rightarrow \frac{b}{q} + bq = 42 - b$

Iz drugog uslova je: $b \cdot \left(\frac{b}{q} + bq\right) = 360$. Zamenom iz preve jednačine:

$$b \cdot \left(\frac{b}{q} + bq\right) = 360 \Rightarrow b(42 - b) = 360 \Rightarrow b^2 - 42b + 360 = 0$$

$$b_{1/2} = \frac{42 \pm \sqrt{1764 - 1440}}{2}, \ b_1 = 12, \quad b_2 = 30 \ .$$

Pošto je iz prve jednačine $b\left(\frac{1}{q} + q\right) = 42$, slede dve mogućnosti:

Za $b_1 = 30$ dobijamo jednačinu, koja nema realnih rešenja: $5q^2 - 2q + 5 = 0$.
Za $b_2 = 12$ dobijamo jednačinu $2q^2 - 5q + 2 = 0$ čija su rešenja $q_1 = 2$ i $q_2 = ½$.
Prvo rešenje daje brojeve 6, 12, 24, a drugo rešenje daje iste brojeve u suprotnom redosledu. Obe trojke su rešenja zadatka.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
29.06.1998.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Zaokružiti tačan odgovor: $(x-y)^2 = ?$
a) x^2+y^2 ; b) $x^2-2xy+y^2$; c) x^2-y^2. [6 bodova]

2. Skratiti razlomak: $\dfrac{x^2-1}{(x+1)^2} =$ [6 bodova]

3. Rešiti exponencijalnu jednačinu $2^x + 2^{3-x} = 6$. [6 bodova]

4. Zaokružiti tačan rezultat: $\log_5 \dfrac{125 \cdot 625}{25} =$
a) 1 ; b) 2 ; c) 4 ; d) 5 . [6 bodova]

5. Naći $\sin 2\alpha$ i $\cos 2\alpha$ ako je $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$. [6 bodova]

6. Naći sva rešenja jednačine $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$. [6 bodova]

7. Data je jednačina prave: $y = \dfrac{2}{3}x - \dfrac{1}{6}$. Zaokružiti tačku koja pripada toj pravi.
$A\left(0,\dfrac{1}{6}\right)$; $B\left(\dfrac{1}{4},0\right)$; $C\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$. [6 bodova]

8. Napisati jednačinu tetive i naći koordinate kranjih tačaka tetive kružnice $x^2+y^2=49$, koju tačka $A(1,2)$ deli na dva jednaka dela. [6 bodova]

9. Zbir svih neparnih prirodnih brojeva manjih od 1000 je:
a) paran broj b) neparan broj c) nula. [6 bodova]

10. Ravan paralelna osi pravog valjka seče ga tako da od kruga osnove odseca odsečak kome odgovara centralni ugao od 120°. Ako je visina valjka 10 cm, a rastojanje ravni od ose valjka 2 cm, izračunati površinu preseka. [6 bodova]

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1998.06.29.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Karikázza be a helyes választ: $(x-y)^2 = ?$
   a) $x^2 + y^2$; b) $x^2 - 2xy + y^2$; c) $x^2 - y^2$. [6 pont]

2. Egyszerűsítse a törtet: $\dfrac{x^2-1}{(x+1)^2} =$ [6 pont]

3. Oldja meg az exponenciális egyenletet $2^x + 2^{3-x} = 6$. [6 pont]

4. Karikázza be a helyes választ: $\log_5 \dfrac{125 \cdot 625}{25} =$
   a) 1 ; b) 2 ; c) 4 ; d) 5 . [6 pont]

5. Határozza meg $\sin 2\alpha$ és $\cos 2\alpha$ értékét, ha $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$ [6 pont]

6. Határozza meg az egyenlet minden megoldását: $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$. [6 pont]

7. Adva van az egyenes egyenlete: $y = \dfrac{2}{3}x - \dfrac{1}{6}$. Karikázza be az egyeneshez tartozó pontot.
   $A\left(0, \dfrac{1}{6}\right)$; $B\left(\dfrac{1}{4}, 0\right)$; $C\left(1, \dfrac{1}{2}\right)$. [6 pont]

8. Írja fel a $x^2 + y^2 = 49$ kör azon húrjának az egyenletét, amelynek a felezőpontja $A(1,2)$. Határozza meg a húr végpontjainak koordinátáit is. [6 pont]

9. Az 1000-nél kisebb páratlan természetes számok összege:
   a) páros szám, b) páratlan szám, c) nulla. [6 pont]

10. A hengert a tengelyével párhuzamos síkkal metszettük úgy, hogy az alapkörből lemetszett körszelethez tartozó középponti szög 120°. Számítsa ki síkmetszet területét, ha a henger magassága 10 cm, a metszet távolsága a henger tengelyétől pedig 2 cm.
    [6 pont]

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
29.06.1998.

MŰSZAKI FŐISKOLA
SZABADKA
1998.06.29.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
(elektrotehnički i mašinski odsek)
R E Š E N J A

MINŐSITŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
(villamossági és gépészeti szak)
M E G O L D Á S O K

1. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ (zaokružiti b.)

2. $\dfrac{x^2-1}{(x+1)^2} = \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+1)} = \dfrac{x-1}{x+1}$, $x+1\neq 0$.

3. $2^x + 2^{3-x} = 6 \ /\cdot 2^x \quad \Rightarrow \quad 2^{2x} + 8 = 6\cdot 2^x$

za $t = 2^x$ dobija se $t^2 - 6t + 8 = 0 \ \Rightarrow t_1 = 4,\ t_2 = 2$
$2^x = 4 \Rightarrow x_1 = 2;\quad 2^x = 2 \Rightarrow x_2 = 1$

4. $\log_5 \dfrac{125\cdot 625}{25} = \log_5 \dfrac{5^3\cdot 5^4}{5^2} = \log_5 5^5 = 5\log_5 5 = 5$ (zaokružiti d).

5. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$
$0^0 < \alpha < 90^0 \Rightarrow \cos\alpha > 0$. $\cos\alpha = +\sqrt{1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^2} = \dfrac{3}{5}$
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 2\cdot\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{3}{5} = \dfrac{24}{25}$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = -\dfrac{7}{25}$

6. $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0 \Rightarrow 2\left(1-\sin^2 x\right) + 3\sin x - 3 = 0 \Rightarrow 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0.$
Za $\sin x = t$ imamo $2t^2 - 3t + 1 = 0 \quad t_1 = 1;\ t_2 = \dfrac{1}{2}$
$\sin x = t_1 = 1 \Rightarrow x_1 = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$, k$\in$ **Z**.
$\sin x = t_2 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x_2 = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ ili $x_3 = \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi$, k$\in$ **Z**.

7. $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}$

x	0	$\frac{1}{4}$	1
y	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{2}$

zaokružiti *B* i *C*.

8. Koeficijent pravca prave $p_{(OA)}=2$ – sledi jednačina tetive *t*: $y-2=-\frac{1}{2}(x-1)$.

Krajnje tačke su preseci prave *t*: $x+2y=5$ i kružnice $x^2+y^2=49$.

Metodom zamene dobijamo: $(5-2y)^2+y^2-49=0 \Rightarrow 5y^2-20y-24=0$

$y_{1/2}=\frac{20\pm 4\sqrt{55}}{10} \Rightarrow x_{1/2}=\frac{5\mp 4\sqrt{55}}{5}$. Krajnje tačke tetive su:

$M\left(\frac{5-4\sqrt{55}}{5},\frac{20+4\sqrt{55}}{10}\right)$ $N\left(\frac{5+4\sqrt{55}}{5},\frac{20-4\sqrt{55}}{10}\right)$.

9. Prvi neparan prirodan broj je 1, dok zadnji koji je manji od 1000 je 999.

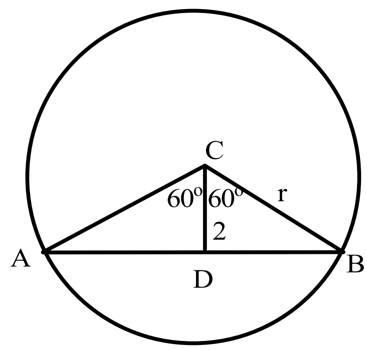
Pošto je $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{n(1+999)}{2}=500n$, pa je traženi zbir paran broj.

(Zaokružiti a)

10. Ravan paralelna osi pravog valjka seče ga tako da od kruga osnove odseca odsečak kome odgovara centralni ugao od 120°. Ako je visina valjka 10 cm, a rastojanje ravni od ose valjka 2 cm, izračunati površinu preseka.

Posmatrajmo bazu. Ona je presečena po tetivi AB, kojoj pripada centralni ugao od 120° . Neposredno se uočavaju sledeće činjenice: r=4cm, $|AB|=2\cdot\frac{r\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$,

pa je tražena površina preseka *p*=$|AB|\cdot H=4\sqrt{3}\cdot 10=40\sqrt{3}$.



VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
04.09.1998.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
(elektrotehnički i mašinski odsek)

1. Zaokružiti tačan odgovor: $x^2-6x+9=?$
   a) $(x-3)^2$ b) $(x+3)^2$ c) $(x-3)(x+3)$ [6 bodova]

2. Skratiti razlomak: $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}=?$ [6 bodova]

3. Rešiti iracionalnu jednačinu: $\sqrt{x+5}-\sqrt{x}=1$. [6 bodova]

4. Zaokružiti tačno tvrđenje: $A=4-2\log 2-\log 25$;
   a) A=2 b) A=1/2 c) A=3d) A=1/3 [6 bodova]

5. Iz tačke A vrh stuba se vidi pod uglom od 30°. Iz tačke koja ja 10 metara bliža, vrh stuba se vidi pod uglom od 45°. Kolika je visina stuba? [6 bodova]

6. Naći sva rešenja jednačine: $2\sin^2 x+2\sin x-\sqrt{2}\sin x=\sqrt{2}$. [6 bodova]

7. Kolika je površina trougla određenog pravama p i q i osom Ox, ako je:
   p: $3x-y+4=0$ i q: $x+y-4=0$? [6 bodova]

8. Tačka $A(2,-1)$ pripada krugu koji je oivičen kružnicom (kružnom linijom)
   $(x-1)^2+(y+3)^2=16$. a) DA b) NE [6 bodova]

9. Naći bar *dve trojke prirodnih brojeva*, koji u datom redosledu obrazuju aritmetički niz, a ako najvećem još dodamo broj 4, tada će obrazovati geometrijski niz. [6 bodova]

10. Površina drvenog kvadra dimenzija $4\times 5\times 6$cm ofarbana je sa nekom bojom. Kvadar je zatim rasečen na kockice dimenzija $1\times 1\times 1$cm. Koliko takvih kockica se dobije a) neofarbanih; b) ofarbanih sa jedne strane; c) ofarbanih sa 2 strane; i d) ofarbanih sa 3 strane? [6 bodova]

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1998.09.04.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
(elektrotechnikai és gépészeti szak)

1. Jelölje meg a helyes választ: $x^2 - 6x + 9 = ?$
a) $(x-3)^2$ b) $(x+3)^2$ c) $(x-3)(x+3)$ [6 pont]

2. Egyszerűsítse a törtet: $\dfrac{x^2+4x+4}{x^2-4} = ?$ [6 pont]

3. Oldja meg az iracionális egyenletet: $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1$. [6 pont]

4. Karikázza be a helyes választ: $A = 4 - 2\log 2 - \log 25$;
a) A=2 b) A=1/2 c) A=3 d) A=1/3 [6 pont]

5. Az A pontból az oszlop csúcsa 30^o-os szög alatt látszik. 10 méterrel közelebbről ez a szög 45^o. Milyen magas az oszlop? [6 pont]

6. Határozza meg az egyenlet minden megoldását:
$2\sin^2 x + 2\sin x - \sqrt{2}\sin x = \sqrt{2}$. [6 pont]

7. Mekkora a háromszög területe amelyet a p és a q egyenes zár be az Ox tengellyel, ha: p: $3x - y + 4 = 0$ és q: $x + y - 4 = 0$? [6 pont]

8. Az $A(2,-1)$ pont illeszkedik a körhöz, amelyet a $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ körvonal határol. a) IGAZ b) NEM IGAZ [6 pont]

9. Irja fel a *természetes* számok legalább *két hármasát*, amelyek az adott sorrendben számtani sorozatot alkotnak, de a legnagyobb számot 4-gyel növelve mértani sorozattá alakulnak. [6 pont]

10. A $4\times 5\times 6$cm kiterjedésű téglatest felszínét befestettük. Ezután a testet $1\times 1\times 1$cm-es kiterjedésű kockákra daraboltuk. Hány ilyen kocka van: a) befestetlen; b) 1 oldaláról befestve; c) 2 oldaláról besestve; és d) 3 oldaláról befestve? [6 pont]

.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
04.09.1998.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
1998.09.04

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$, odgovor a).

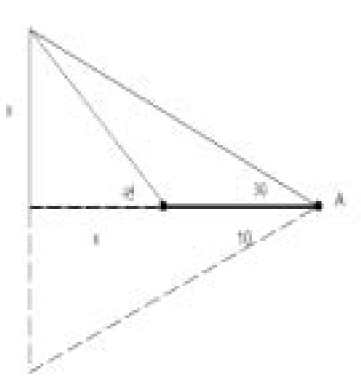
2. $\dfrac{x^2+4x+4}{x^2-4} = \dfrac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{(x+2)}{(x-2)}$

3. Uslovi rešivosti: $x + 5 > 0 \wedge x > 0 \Rightarrow x > 0$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1 \uparrow^2 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} &x + 5 - 2\sqrt{x(x+5)} + x = 1 \\ &2\sqrt{x(x+5)} = 2x + 4 \,/ : 2 \\ &\sqrt{x(x+5)} = x + 2 \uparrow^2 \\ &x^2 + 5 = x^2 + 4x + 4 \\ &4x = 1 \\ &x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

4. $A = 4 - 2\log 2 - \log 25 = \log 10^4 - \log 2^2 - \log 25 = \log \dfrac{10000}{4 \cdot 25} = \log 100 = 2$, odgovor je a).

5.



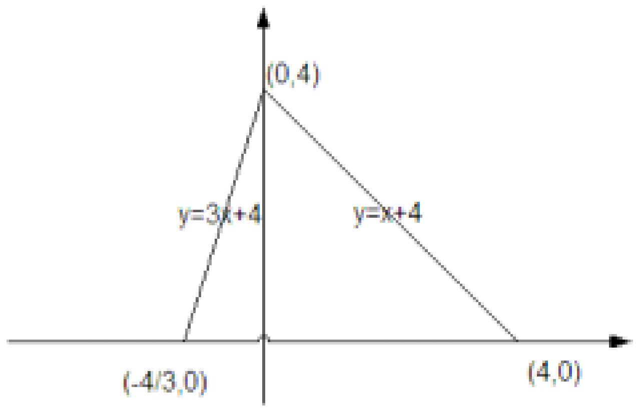
$$\frac{2x\sqrt{3}}{2} = x + 10$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = \frac{10\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} = 5\left(\sqrt{3}+1\right)$$

6.

$$2\sin^2 x + 2\sin x - \sqrt{2}\sin x = \sqrt{2}$$
$$\sin x = t$$
$$2t^2 + \left(2-\sqrt{2}\right)t - \sqrt{2} = 0$$
$$t_{1/2} = \frac{-2+\sqrt{2} \pm \sqrt{\left(2-\sqrt{2}\right)^2 + 8\sqrt{2}}}{4} = \frac{-2+\sqrt{2} \pm \sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2}}{4} = \frac{-2+\sqrt{2} \pm \left(2+\sqrt{2}\right)}{4}$$
$$t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \vee x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$$
$$t_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_3 = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \vee x_4 = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

7.



$$P = \frac{\left(4+\frac{4}{3}\right)\cdot 4}{2} = \frac{32}{3}$$

8. Ako tačka $A(2,-1)$ pripada krugu koji je oivičen kružnicom (kružnom linijom) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$, onda je njeno odstojanje od centra (1,-3) kruga manje poluprečnika kruga $r=4$. Proverimo;

$\sqrt{(2-1)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{5} < 4$, znači odgovor je DA.

9. Članovi aritmetičkog niza su: a, $a+d$, $a+2d$

Članovi geometrijskog niza su: a, $a+d$, $a+2d+4 \Rightarrow \frac{a+d}{a} = \frac{a+2d+4}{a+d}$

$$\Rightarrow (a+d)^2 = a(a+2d+4) \Rightarrow a^2 + 2ad + d^2 = a^2 + 2ad + 4a \Rightarrow a = \frac{d^2}{2}$$

Prema tome mogući su naprimer sledeći nizovi

Za $d = 2 \Rightarrow a = 1$, pa je aritmetički niz: 1, 3, 5, ... geometrijski niz: 1, 3, 9,...

ili za $d = 4 \Rightarrow a = 4$, pa je aritmetički niz: 4, 8, 12, ...geometrijski niz: 4, 8, 16,...

10. a) neofarbanih=4·3·2=24

b) ofarbanih sa jedne strane =2·3·4+2·2·3+2·2·4=52

c) ofarbanih sa 2 strane=4·4+4·3+4·2=36

d) ofarbanih sa 3 strane=8

Viša tehnička škola
S u b o t i c a
05.07.2000.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Faktorisati sledeće izraze: a) $4x^2 - 25y^2 =$
b) $3a^2 + 6ab + 3b^2 =$

2. Rešiti jednačinu : $2\sqrt{3x-1} = \sqrt{x+6}$.

3. Rešiti nejednačinu: $\frac{x-3}{2+x} > 0$.

4. Rešiti jednačinu: $\log_3(4 \cdot 3^x - 1) = 2x + 1$.

5. Izračunati ostale trigonometrijske funkcije oštrog ugla α, ako je $\cos\alpha = \frac{4}{5}$.

6. Rešiti trigonometrijsku jednačinu: $4\sin^2 x - 7\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$.

7. Sastaviti jednačinu prave koja prolazi kroz presek pravih $2x + y = 11$ i $x + y = 8$, a paralelna je sa pravom $5x + 3y - 2 = 0$.

8. Ispitati međusobni odnos kružnica: $x^2 - 8x + y^2 + 7 = 0$ i $x^2 - 8x + y^2 + 4y + 19 = 0$. Nacrtati obe krive!

9. Pravougaonik sa stranicom $a = 12cm$ i dijagonalom $d = 13cm$ rotira oko kraće stranice. Izračunati zapreminu i površinu nastalog tela.

10. Zbir prva tri člana aritmetičkog niza je 36. Ako se drugi član poveća za 2, a treći za 11, niz postaje geometrijski. Odrediti prva tri člana oba niza.

Svaki zadatak se boduje maksimalno sa 6 bodova !

Műszaki Főiskola
S z a b a d k a
2000.07.05.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

11. Bontsa tényezőkre: a) $4x^2 - 25y^2 =$

b) $3a^2 + 6ab + 3b^2 =$

12. Oldja meg az egyenletet : $2\sqrt{3x-1} = \sqrt{x+6}$.

13. Oldja meg az egyenlőtlenséget: $\dfrac{x-3}{2+x} > 0$.

14. Oldja meg az egyenletet: $\log_3(4 \cdot 3^x - 1) = 2x + 1$.

15. Számítsa ki az α hegyesszög többi trigonometrikus szögfüggvényét, ha adott $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$.

16. Oldja meg a trigonometrikus egyenletet: $4\sin^2 x - 7\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$.

17. Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét amely keresztülhalad a $2x + y = 11$ és $x + y = 8$ egyenesek metszéspontján, és párhuzamos az $5x + 3y - 2 = 0$ egyenessel.

18. Vizsgálja ki az $x^2 - 8x + y^2 + 7 = 0$ és $x^2 - 8x + y^2 + 4y + 19 = 0$ körök kölcsönös helyzetét. Rajzolja le mindkét görbét!

19. A téglalapot, amelynek egyik oldala $a = 12cm$ és átlója $d = 13cm$ megforgatjuk a rövidebb oldala körül. Számítsa ki az így kapott test térfogatát és felszínét.

20. Egy számtani sorozat első három tagjának összege 36. Ha a második tagot megnöveljük 2-vel a harmadikat pedig 11-gyel, mértani sorozatot kapunk. Határozza meg mindkét sorozat első három tagját.

Minden feladat legtöbb 6 ponttal értékelhető !

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
05.07.2000.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2000.07.05.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSITŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. **a)** $4x^2 - 25y^2 = (2x-5y)(2x+5y)$

b) $3a^2 + 6ab + 3b^2 = 3(a^2 + 2ab + b^2) = 3(a+b)^2$

2. Jednačina je definisana pod uslovom da je:

$3x - 1 \geq 0 \quad \wedge \quad x + 6 \geq 0$

$x \geq \frac{1}{3} \quad \wedge \quad x \geq -6$

$x \geq \frac{1}{3}$

Rešimo sada jednačinu:

$2\sqrt{3x-1} = \sqrt{x+6} \qquad /^2$

$4(3x-1) = x+6$

$12x - 4 = x + 6$

$11x = 10$

$x = \frac{10}{11}$

$x = \frac{10}{11}$ zadovoljava uslov $x \geq \frac{1}{3}$, znači da se prihvata kao rešenje date jednačine.

3. $\frac{x-3}{2+x} \geq 0$

x	$-\infty$ -2	-2 3	3 ∞
x-3	–	–	+
2+x	–	+	+
$\frac{x-3}{2+x}$	+	–	+

$x \in (-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$

4. $\log_3\left(4\cdot 3^x-1\right)=2x+1$

$3^{2x+1}=4\cdot 3^x-1$

$3^{2x}\cdot 3-4\cdot 3^x+1=0$

smena : $3^{x}=t$

$3t^2-4t+1=0$

$t_{1/2}=\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{6}$

$t_{1/2}=\dfrac{4\pm 2}{6}$

$t_1=1 \qquad\qquad t_2=\dfrac{1}{3}$

$3^x=1 \qquad\qquad 3^x=\dfrac{1}{3}$

$x_1=0 \qquad\qquad x_2=-1$

Oba rešenja zadovoljavaju datu logaritamsku jednačinu, pa je $x\in\{-1,0\}$.

5. $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$, $\quad 0^\circ<\alpha<90^\circ$

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\sin^2\alpha+\dfrac{16}{25}=1$

$\sin^2\alpha=\dfrac{9}{25}$

$\sin\alpha=+\dfrac{3}{5}$

$\text{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=\dfrac{3}{4}$

$\text{ctg}\alpha=\dfrac{1}{\text{tg}\alpha}=\dfrac{4}{3}$

6. $4\sin^2 x-7\sin x\cos x+3\cos^2 x=0 \quad / :\cos^2 x$

$4\text{tg}^2x-7\text{tg}x+3=0$

smena : $\text{tg}x=t$

$4t^2-7t+3=0$

$t_{1/2}=\dfrac{7\pm\sqrt{49-48}}{8}=\dfrac{7\pm 1}{8}$

$t_1=1 \qquad \vee \qquad t_2=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$

$\text{tg}x=1 \qquad \vee \qquad \text{tg}x=\dfrac{3}{4}$

$x_1=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \qquad\qquad x_2=\text{arctg}\dfrac{3}{4}+k\pi$

7. Presek datih pravih je tačka:

$$\begin{array}{l} 2x+y=11 \\ x+y=8 \\ \hline x=3 \end{array}$$

$y=5$

$A(3,5)$

Prava koja prolazi kroz ovu tačku A i paralelna je sa datom pravom $5x+3y-2=0$ ima isti koeficijent pravca kao i ova prava:

$$y=\frac{-5x}{3}+\frac{2}{3}$$

$$k_1=-\frac{5}{3}=k_2$$

pa je jednačina tražene prave, napisana kroz tačku A:

$$y-5=-\frac{5}{3}(x-3)$$

$$3y-15=-5x+15$$

$$5x+3y-30=0 \quad .$$

8. *Prvo rešenje:*

Transformišimo jednačine datih kružnica u oblik iz kojeg se čita centar i poluprečnik:

$k_1: \; x^2-8x+y^2+7=0$

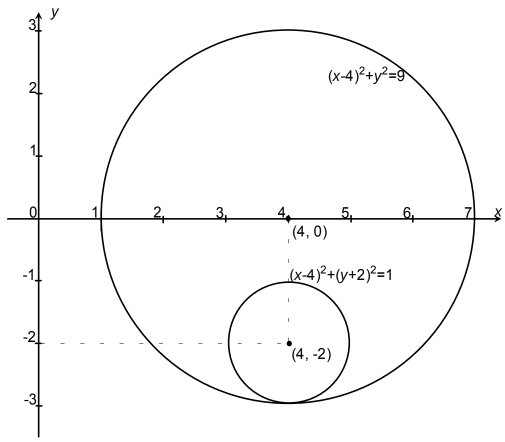
$\qquad x^2-8x+16-16+y^2+7=0$

$\qquad (x-4)^2+y^2=9$

$k_2: x^2-8x+y^2+4y+19=0$

$\qquad (x-4)^2-16+(y+2)^2-4+19=0$

$\qquad (x-4)^2+(y+2)^2=1$



Ako nacrtamo ove kružnice u istom kordinatnom sistemu, videćemo da se oni dodiruju iznutra u tačci $A(4,-3)$.

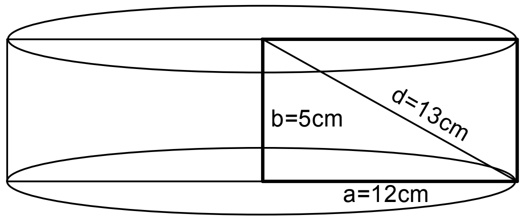
Drugo rešenje:

$$\begin{array}{l} x^2-8x+y^2+7=0 \qquad \Rightarrow \qquad x^2-8x+y^2=-7 \\ x^2-8x+y^2+4y+19=0 \\ \hline -7+4y+19=0 \end{array}$$

$4y=-12 \qquad \Rightarrow \qquad y=-3 \qquad \Rightarrow \qquad x=4$

Jedina zajednička tačka datih kružnica je $A(4,-3)$.

9.



$b^2 = 13^2 - 12^2$

$b^2 = 169 - 144$

$b^2 = 25$

$b = 5\,cm$

$V = BH$

$V = r^2\pi\, H$

$V = a^2\pi\, b$

$V = 144\pi\, 5$

$V = 720\pi\, cm^3$

$P = 2B + M$

$P = 2\,r^2\pi + 2r\pi\, H$

$P = 2a^2\pi + 2a\pi\, b$

$P = 288\pi + 120\pi$

$P = 408\pi\, cm^2$

10. a_1 , a_2 , a_3 je aritmetički niz, tada je : $a_2 = \dfrac{a_1 + a_3}{2} \quad \Rightarrow \quad a_1 + a_3 = 2a_2$,

a_1 , $a_2 + 2, a_3 + 11$ je geometrijski niz, tada je : $a_2 + 2 = \sqrt{a_1(a_3 + 11)}$.

Iz uslova zadatka sledi da je :

$a_1 + a_2 + a_3 = 36$

$2a_2 + a_2 = 36$

$3a_2 = 36$

$a_2 = 12 \quad \Rightarrow \quad a_1 + a_3 = 24 \quad \Rightarrow \quad a_3 = 24 - a_1$

Uvrštavajući u uslov geometrijskog niza, dobijamo da je:

$12 + 2 = \sqrt{a_1(24 - a_1 + 11)}$

$14 = \sqrt{a_1(35 - a_1)}$

$196 = 35a_1 - a_1{}^2$

$a_1{}^2 - 35a_1 + 196 = 0$

$a_{11/2} = \dfrac{35 \pm \sqrt{1225 - 784}}{2} = \dfrac{25 \pm 21}{2}$

$a_1 = 28 \qquad \vee \qquad a_1 = 7$

$a_2 = 12 \qquad\qquad a_2 = 12$

$a_3 = -4 \qquad\qquad a_3 = 17$

Jedno rešenje je : $28, 12, -4$ je aritmetički niz sa $d = -16$

$28, 14, 7$ je geometrijski niz sa $q = \dfrac{1}{2}$.

Drugo rešenje je : $7, 12, 17$ je aritmetički niz sa $d = 5$

$7, 14, 28$ je geometrijski niz sa $q = 2$.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
11.09.2000.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
(elektrotehnički i mašinski odsek)

1. Zaokružiti tačan odgovor: $x^2 - 6x + 9 = ?$
   a) $(x-3)^2$ b) $(x+3)^2$ c) $(x-3)(x+3)$ [6 bodova]

2. Skratiti razlomak: $\dfrac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} = ?$ [6 bodova]

3. Rešiti iracionalnu jednačinu: $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1$. [6 bodova]

4. Zaokružiti tačno tvrđenje: $A = 4 - 2\log 2 - \log 25$;
   a) A=2 b) A=1/2 c) A=3d) A=1/3 [6 bodova]

5. Iz tačke A vrh stuba se vidi pod uglom od 30°. Iz tačke koja ja 10 metara bliža, vrh stuba se vidi pod uglom od 45°. Kolika je visina stuba? [6 bodova]

6. Naći sva rešenja jednačine: $2\sin^2 x + 2\sin x - \sqrt{2}\sin x = \sqrt{2}$. [6 bodova]

7. Kolika je površina trougla određenog pravama p i q i osom Ox, ako je:
   p: $3x - y + 4 = 0$ i q: $x + y - 4 = 0$? [6 bodova]

8. Tačka A(2,-1) pripada krugu koji je oivičen kružnicom (kružnom linijom)
   $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$. a) DA b) NE [6 bodova]

9. Naći bar *dve trojke prirodnih brojeva*, koji u datom redosledu obrazuju aritmetički niz, a ako najvećem još dodamo broj 4, tada će obrazovati geometrijski niz. [6 bodova]

10. Površina drvenog kvadra dimenzija $4\times 5\times 6$cm ofarbana je sa nekom bojom. Kvadar je zatim rasečen na kockice dimenzija $1\times 1\times 1$cm. Koliko takvih kockica se dobije
    a) neofarbanih; b) ofarbanih sa jedne strane;
    c) ofarbanih sa 2 strane; i d) ofarbanih sa 3 strane? [6 bodova]

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2000.09.11.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
(elektrotechnikai és gépészeti szak)

1. Jelölje meg a helyes választ: $x^2 - 6x + 9 = ?$
   a) $(x-3)^2$ b) $(x+3)^2$ c) $(x-3)(x+3)$ [6 pont]

2. Egyszerűsítse a törtet: $\dfrac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} = ?$ [6 pont]

3. Oldja meg az irracionális egyenletet: $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1$. [6 pont]

4. Karikázza be a helyes választ: $A = 4 - 2\log 2 - \log 25$;
   a) A=2 b) A=1/2 c) A=3d) A=1/3 [6 pont]

5. Az A pontból az oszlop csúcsa 30°-os szög alatt látszik. 10 méterrel közelebbről ez a szög 45°. Milyen magas az oszlop? [6 pont]

6. Határozza meg az egyenlet minden megoldását:
   $2\sin^2 x + 2\sin x - \sqrt{2}\sin x = \sqrt{2}$. [6 pont]

7. Mekkora a háromszög területe amelyet a p és a q egyenes zár be az Ox tengellyel, ha: p: $3x - y + 4 = 0$ és q: $x + y - 4 = 0$? [6 pont]

8. Az A(2,-1) pont illeszkedik a körhöz, amelyet a $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$ körvonal határol. a) IGAZ b) NEM IGAZ [6 pont]

9. Irja fel a *természetes* számok legalább *két hármasát*, amelyek az adott sorrendben számtani sorozatot alkotnak, de a legnagyobb számot 4-gyel növelve mértani sorozattá alakulnak. [6 pont]

10. A $4 \times 5 \times 6$cm kiterjedésű téglatest felszínét befestettük. Ezután a testet $1 \times 1 \times 1$cm-es kiterjedésű kockákra daraboltuk. Hány ilyen kocka van:
    a) befestetlen; b) 1 oldaláról befestve;
    c) 2 oldaláról befestve; és d) 3 oldaláról befestve? [6 pont]

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
11.09.2000.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2000.09.11.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSITŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $x^2-6x+9=(x-3)^2$, zaokružiti pod a) .

2. $\dfrac{x^2+4x+4}{x^2-4}=\dfrac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)}=\dfrac{x+2}{x-2}$ pod uslovom da je $x\neq\pm 2$.

3. Jednačina je definisana pod uslovom da je:

$x+5>0 \quad \wedge \quad x>0$

$x>-5 \quad \wedge \quad x>0$

$x>0$

Rešimo sada jednačinu:

$\sqrt{x+5}=\sqrt{x}+1 \quad /^2 \quad \Rightarrow \quad x+5=x+2\sqrt{x}+1 \quad \Rightarrow \quad 2\sqrt{x}=4 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x}=2 \quad \Rightarrow$

$x=4$ zadovoljava uslov, pa se prihvata kao rešenje date iracionalne jednačine.

4. $A=4-2\log 2-\log 25=4-\log 2^2-\log 25=4-(\log 4+\log 25)=4-\log(4\cdot 25)=$

$=4-\log 100=4-2=2$, zaokružiti pod a).

5. Imamo dva pravougla trougla. Označimo visinu stuba sa *H*, a odstojanje tačke *A* od stuba sa *x*. Iz jednog trougla: $\mathrm{tg}30^\circ=\dfrac{H}{x} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{H}{x}=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \quad \Rightarrow \quad H=x\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Iz drugog trougla: $\mathrm{tg}45^\circ=\dfrac{H}{x-10} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{H}{x-10}=1 \quad \Rightarrow \quad H=x-10$

$$x\frac{\sqrt{3}}{3}=x-10 \quad \Rightarrow \quad 10=x-x\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \Rightarrow \quad 10=x\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \quad \Rightarrow \quad 10=x\frac{3-\sqrt{3}}{3}$$

$$x=\frac{30}{3-\sqrt{3}}\cdot\frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=\frac{30\left(3+\sqrt{3}\right)}{9-3}=$$

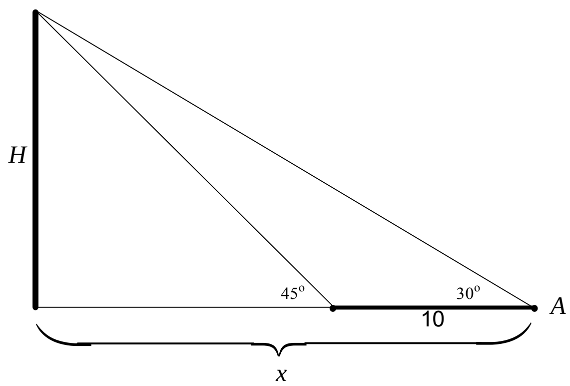
$$=5\left(3+\sqrt{3}\right)=15+5\sqrt{3}$$

$$H=x-10=15+5\sqrt{3}-10=$$

$$=5+5\sqrt{3}=5\left(1+\sqrt{3}\right)$$

znači da je visina stuba

$H=5\left(1+\sqrt{3}\right)$ metara.



6. $2\sin^2 x+2\sin x-\sqrt{2}\sin x=\sqrt{2}$

$2\sin^2 x+\left(2-\sqrt{2}\right)\sin x-\sqrt{2}=0$ u ovoj jednačini uvedimo smenu $\sin x=t$,

$2t^2+\left(2-\sqrt{2}\right)t-\sqrt{2}=0$

$$t_{1/2}=\frac{-2+\sqrt{2}\pm\sqrt{\left(2-\sqrt{2}\right)^2+4\cdot2\sqrt{2}}}{4}\Rightarrow t_{1/2}=\frac{-2+\sqrt{2}\pm\sqrt{4-4\sqrt{2}+2+8\sqrt{2}}}{4}$$

$$\Rightarrow t_{1/2}=\frac{-2+\sqrt{2}\pm\sqrt{4+4\sqrt{2}+2}}{4}\Rightarrow t_{1/2}=\frac{-2+\sqrt{2}\pm\sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2}}{4}=\frac{-2+\sqrt{2}\pm\left(2+\sqrt{2}\right)}{4}$$

$$t_1=\frac{-2+\sqrt{2}+2+\sqrt{2}}{4}=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\quad\vee\quad t_2=\frac{-2+\sqrt{2}-2-\sqrt{2}}{4}=\frac{-4}{4}=-1$$

$\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad\qquad$ $\sin x=-1$

$x_1=\frac{\pi}{4}+2k\pi$, $x_2=\frac{3\pi}{4}+2k\pi$ $\qquad\qquad$ $x_3=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$

7. Nacrtajmo obe prave u istom kordinatnom sistemu:

$p: 3x-y+4=0$

$x=0\Rightarrow y=4$

$y=0\Rightarrow x=-\frac{4}{3}$

$q:\ x+y-4=0$

$x=0\Rightarrow y=4$

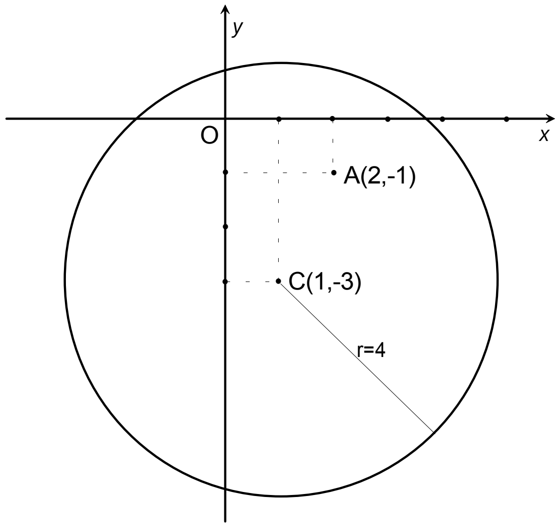
$y=0\Rightarrow x=4$

Ove prave i Ox osa određuju trougao čija su temena tačke $A\left(-\frac{4}{3},0\right)$, $B(4,0)$, $C(0,4)$;

osnovica leži na Ox osi i dužina joj je $a=5\frac{1}{3}$, dok je visina $h=4$. Površina trougla je

prema tome $P=\frac{a\cdot h}{2}=\frac{5\frac{1}{3}\cdot4}{2}=2\cdot5\frac{1}{3}=10\frac{2}{3}$.

8. Kružnica $(x-1)^2+(y+3)^2=16$ ima centar u tački $C(1,-3)$ i poluprečnik $r=4$. Ako nacrtamo ovu kružnicu i tačku $A(2,-1)$ u istom kordinatnom sistemu, možemo konstatovati da tačka A pripada krugu koji je oivičen datom kružnom linijom.



9. Neka je n prirodan broj. Tada trojku prirodnih brojeva koji obrazuju aritmetički niz možemo napisati kao: $n, n+d, n+2d$, gde je i d prirodan broj. Ako najvećem broju dodamo još 4 dobićemo niz $n, n+d, n+2d+4$, koji treba da bude geometrijski niz.

$n, n+d, n+2d$ aritmetički iz,

$n, n+d, n+2d+4$ geometrijski niz, iz kojeg se može napisati da je

$$\frac{n+d}{n}=\frac{n+2d+4}{n+d} \quad \Rightarrow \quad (n+d)^2=n(n+2d+4) \quad \Rightarrow \quad n^2+2nd+d^2=n^2+2nd+4n$$

$d^2=4n \Rightarrow d=+2\sqrt{n}$ gde d mora biti prirodan broj, a to se može postići npr. za $n=1,\ n=4,\ n=9,\ n=16,...$

Za $n=1 \Rightarrow d=2$, pa se dobijaju nizovi: 1,3,5 aritmetički niz,

1,3,9 geometrijski niz.

Za $n=4 \Rightarrow d=4$, pa se dobijaju niyovi: 4,8,12 aritmetički niz,

4,8,16 geometrijski niz.

Tražene trojke prirodnih brojeva koji zadovoljavaju date uslove mogu biti naprimer: 1,3,5 ili 4,8,12 .

10. Očevidno, zapremina kvadra, to jest broj jediničnih kockica je 120. Kada smo ofarbali telo, tada kocke na temenima budu ofarbane sa tri strane, kocke na ivicama (bez kocki na temenima) budu ofarbane sa dve strane, kocke na stranama tela, bez onih na rubovima biće ofarbane sa jedne strane a kocke u "dubini" kvadra neće biti ofarbane.

a) 24; b) 52; c) 36; d) 8.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
04.07.2001.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
(elektrotehnički odsek)

1. Skratiti razlomak $\frac{x^2+4xy+4y^2}{xy+2y^2}\cdot\frac{x^2-2xy}{x^2-4y^2}$ [6 bodova]

2. Zaokružiti ispravnu vrednost broja $\sqrt{7+\sqrt{48}}+\sqrt{7-\sqrt{48}}=X$.
   a) $\sqrt{14}$
   b) 4
   c) ±4 [6 bodova]

3. Rešiti nejednačinu $\frac{3x-7}{4x+2}<\frac{7}{15}$. [6 bodova]

4. Rešiti jednačinu: $\log_3(5+4\log_3(x-1))=2$ [6 bodova]

5. Dokazati identitet: $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{1+\cos\alpha}=\tan\frac{\alpha}{2}$ [6 bodova]

6. Odrediti sva rešenja jednačine $\sin\frac{x}{2}+\cos x=1$ [6 bodova]

7. Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku (4,–3) i odseca jednake odsečke na koordinatnim osama. [6 bodova]

8. Odrediti jednačine onih tangenti kružnice $x^2+2x+y^2-1=0$ koje sa osom Ox zaklapaju ugao od 45^o. [6 bodova]

9. Odrediti prvi član i količnik (a_1 i q) geometrijskog niza, ako je: $a_1+a_5=1285$ i $a_2\cdot a_4=6400$. [6 bodova]

10. Rotiramo jednakokraki trapez oko veće osnove. Izračunati zapreminu dobijenog rotacionog tela, ako su osnove trapeza $a=9$, $b=3$ a kraci: $c=5$. [6 bodova]

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
04.07.2001.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
(mašinski odsek)

1. Skratiti razlomak: $\dfrac{3a^2 + -3ab}{6ab - 6b^2}$ [6 bodova]

2. Izračunati: $\left(3\frac{1}{3}\right)^6\left(\frac{3}{5}\right)^6 - \left(2\frac{1}{5}\right)^{13}\left(\frac{5}{11}\right)^{13} =$ [6 bodova]

3. Rešiti jednačinu po nepoznatoj x: $a^{x-7} = a^{7-x}$. [6 bodova]

4. Odrediti ispravan odgovor:
   $\log_2 8 - 2\log_3 9 - \log_{1/5} 5 = A$
   a) A = 1 b) A = –1 c) A = 0 [6 bodova]

5. Dokazati identičnost $\dfrac{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin\alpha + \sin 2\alpha} = \tan^2\dfrac{\alpha}{2}$ [6 bodova]

6. Rešiti jednačinu $3\cos^2 x - \sin^2 x - \sin 2x = 0$ [6 bodova]

7. Odrediti jednačinu prave koja prolazi kroz tačku (4,–3) i odseca jednake odsečke na koordinatnim osama. [6 bodova]

8. Odrediti centar i poluprečnik kružnice $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$, kao dužinu njene tetive koja pripada *Ox* osi. [6 bodova]

9. Odrediti prvi član i razliku (a_1 i d) aritmetičkog niza, ako je dato: $a_n = 21$, n = 7 i $S_n = 105$. [6 bodova]

10. Rotiramo pravilan šestougao oko duže dijagonale. Izračunati zapreminu dobijenog rotacionog tela, ako je stranica čestougla $a = 10$. [6 bodova]

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2001.07.04.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
(elektrotechnikai szak)

1. Egyszerűsítse a $\dfrac{x^2+4xy+4y^2}{xy+2y^2}\cdot\dfrac{x^2-2xy}{x^2-4y^2}$ törtet [6 pont]

2. Karikázza be X helyes értékét, ha $\sqrt{7+\sqrt{48}}+\sqrt{7-\sqrt{48}}=X$.
   a) $\sqrt{14}$
   b) 4
   c) ± 4 [6 pont]

3. Oldja meg az egyenlőtlenséget $\dfrac{3x-7}{4x+2}<\dfrac{7}{15}$. [6 pont]

4. Oldja meg az egyenletet: $\log_3(5+4\log_3(x-1))=2$ [6 pont]

5. Igazolja a $\dfrac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}\cdot\dfrac{\cos\alpha}{1+\cos\alpha}=\tan\dfrac{\alpha}{2}$ azonsságot! [6 pont]

6. Határozza meg a $\sin\dfrac{x}{2}+\cos x=1$ egyenlet minden megoldását! [6 pont]

7. Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a (4,–3) ponton és a koordinátatengelyekből egyenlő szakaszokat metsz le. [6 pont]

8. Határozza meg az $x^2+2x+y^2-1=0$ körhöz húzható érintők közül azokat amelyek az Ox tengellyel 45°-os szöget zárnak be. [6 pont]

9. Határozza meg a mértani sorozat első elemét és hányadosát (a_1 és q), ha $a_1+a_5=1285$ és $a_2\cdot a_4=6400$. [6 pont]

10. Forgassunk meg egy egyenlőszárú trapézt a nagyobb alapja körül! Mekkora a kapott forgástest térfogata, ha a párhuzamos oldalak $a=9$ és $b=3$, a szárak pedig: $c=5$? [6 pont]

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2001.07.04.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
(gépészeti szak)

1. Egyszerűsítse a $\dfrac{3a^2 + -3ab}{6ab - 6b^2}$ törtet! [6 pont]

2. Számítsa ki: $\left(3\frac{1}{3}\right)^6\left(\frac{3}{5}\right)^6 - \left(2\frac{1}{5}\right)^{13}\left(\frac{5}{11}\right)^{13} =$ [6 pont]

3. Oldja meg az egyenletet x ismeretlenre $a^{x-7} = a^{7-x}$. [6 pont]

4. Állapítsa meg a helyes választ:
$$\log_2 8 - 2\log_3 9 - \log_{1/5} 5 = A$$
a) $A = 1$ b) $A = -1$ c) $A = 0$ [6 pont]

5. Igazolja a $\dfrac{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}{2\sin\alpha + \sin 2\alpha} = \tan^2\dfrac{\alpha}{2}$ azonsságot! [6 pont]

6. Határozza meg a $3\cos^2 x - \sin^2 x - \sin 2x = 0$ egyenlet megoldásait! [6 pont]

7. Határozzuk meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a (4,–3) ponton és a koordinátatengelyekből egyenlő szakaszokat metsz le. [6 pont]

8. Határozza meg az $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$ kör középpontját és sugarát, valamint Ox tengelyből kimetszett húrjának hosszúságát. [6 pont]

9. Határozza meg a számtani sorozat első elemét és különbségét (a_1 és d), ha $a_n = 21$, n = 7 és $S_n = 105$. [6 pont]

10. Forgassunk meg egy szabályos hatszöget a nagyobb átlója körül, és számítsuk ki a keletkezett forgástest térfogatát, ha a hatszög oldala $a = 10$. [6 pont]

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
04.07.2001.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2001.07.04.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
(elektrotehnički odsek)
R E Š E N J A

MINŐSITŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
(villamossági szak)
M E G O L D Á S O K

1. $$\frac{x^2+4xy+4y^2}{xy+2y^2}\cdot\frac{x^2-2xy}{x^2-4y^2}=\frac{(x+2y)^2}{y(x+2y)}\cdot\frac{x(x-2y)}{(x-2y)(x+2y)}=\frac{x}{y}$$

pod uslovom da je $y\neq 0$ i $x\neq\pm 2y$.

2. $$\left(3\frac{1}{3}\right)^6\left(\frac{3}{5}\right)^6-\left(2\frac{1}{5}\right)^{13}\left(\frac{5}{11}\right)^{13}=\left(\frac{10}{3}\cdot\frac{3}{5}\right)^6-\left(\frac{11}{5}\cdot\frac{5}{11}\right)^{13}=2^6-1^{13}=64-1=63$$

3. $$a^{x-7}=a^{7-x}\ \Rightarrow\ x-7=7-x\ \Rightarrow\ 2x=14\ \Rightarrow\ x=7$$

4. $$\log_3(5+4\log_3(x-1))=2\ \Rightarrow\ 5+4\log_3(x-1)=3^2\ \Rightarrow\ \log_3(x-1)=1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x-1=3^1\ \Rightarrow\ x=4$$

5. $$\mathrm{tg}\alpha=\frac{4}{3}\ \Rightarrow\ \mathrm{ctg}\alpha=\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha}=\frac{3}{4}$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{4}{3}\ \Rightarrow\ \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{4}{3}\ \Rightarrow\ \sin\alpha=\frac{4\cos\alpha}{3}$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\ \Rightarrow\ \frac{16\cos^2\alpha}{9}+\cos^2\alpha=1\ \Rightarrow\ 25\cos^2\alpha=9\ \Rightarrow\ \cos\alpha=\pm\frac{3}{5}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \cos\alpha=-\frac{3}{5}$$

$$\sin\alpha=\frac{4\cos\alpha}{3}=\frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{4}{5}$$

6. $$\sin\frac{x}{2}+\cos x=1\ \Rightarrow\ \sin\frac{x}{2}=1-\cos x\ \Rightarrow\ \sin\frac{x}{2}=2\sin^2\frac{x}{2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \sin\frac{x}{2}\left(1-2\sin\frac{x}{2}\right)=0\ \Rightarrow$$

$$\sin\frac{x}{2}=0 \quad \vee \quad \sin\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{2}=k\pi \qquad \frac{x}{2}=\frac{\pi}{6}+2k\pi \quad \vee \quad \frac{x}{2}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$$

$$x_1=2k\pi \qquad x_2=\frac{\pi}{3}+4k\pi \qquad x_3=\frac{5\pi}{3}+4k\pi$$

7. $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1 \ \wedge \ m=n \ \Rightarrow \ \frac{x}{n}+\frac{y}{n}=1 \ \Rightarrow \ \frac{4}{n}+\frac{-3}{n}=1 \ \Rightarrow \ \frac{1}{n}=1 \ \Rightarrow \ n=1$

$\frac{x}{1}+\frac{y}{1}=1 \ \Rightarrow \ x+y=1 \ \Rightarrow \ x+y-1=0$ je jednačina tražene prave.

8. $x^2+2x+y^2-1=0 \ \Rightarrow \ x^2+2x+1+y^2-2=0 \ \Rightarrow \ (x+1)^2+y^2=2 \ \Rightarrow$

$\Rightarrow \ C(-1{,}0) \ \wedge \ r=\sqrt{2}$

$t_{1/2}: \ y=kx+n$

$k=\mathrm{tg}\alpha=\mathrm{tg}45^\circ=1$

$y=x+n$

uslov dodira: $r^2(1+k^2)=(kp-q+n)^2$

$2(1+1)=(1\cdot(-1)-0+n)^2$

$4=(n-1)^2 \ \Rightarrow \ n-1=\pm 2 \ \Rightarrow \ n_1=3\,,\ n_2=-1$

pa su jednačine traženih tangenti: $t_1: \ y=x+3$ i $t_2: \ y=x-1$.

9. $S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_2) \ \Rightarrow \ 105=\frac{7}{2}(a_1+21) \ \Rightarrow \ a_1=9$

$a_n=a_1+(n-1)d \ \Rightarrow \ 21=9+6d \ \Rightarrow \ d=2$

traženi niz je: 9,11,13,15,17,19,21,...

10. $r=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$V=2V_{kupe}+V_{valjka}$

$V_{kupe}=\frac{BH}{3}=\frac{r^2\pi}{3}\cdot\frac{a}{2}=\frac{3a^2}{4}\cdot\frac{\pi}{3}\cdot\frac{a}{2}=\frac{a^3\pi}{8}=\frac{1000\pi}{8}=125\pi$

$V_{valjka}=BH=r^2\pi\, a=25\cdot 3\cdot 10\pi=750\pi$

$V=2\cdot 125\pi+750\pi=1000\pi$ je volumen rotacionog tela.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
04.07.2001.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2001.07.04.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
(mašinski odsek)
R E Š E N J A

MINŐSITŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
(gépészeti szak)
M E G O L D Á S O K

1. $\dfrac{3a^2-3ab}{6ab-6b^2}=\dfrac{3a(a-b)}{6b(a-b)}=\dfrac{a}{2b}$ pod uslovom da je $b\neq 0$ i $a\neq b$.

2. $\left(3\dfrac{1}{3}\right)^6\left(\dfrac{3}{5}\right)^6-\left(2\dfrac{1}{5}\right)^{13}\left(\dfrac{5}{11}\right)^{13}=\left(\dfrac{10}{3}\cdot\dfrac{3}{5}\right)^6-\left(\dfrac{11}{5}\cdot\dfrac{5}{11}\right)^{13}=2^6-1^{13}=64-1=63$

3. $a^{x-7}=a^{7-x}\;\Rightarrow\; x-7=7-x\;\Rightarrow\; 2x=14\;\Rightarrow\; x=7$

4. $\log_2 8 - 2\log_3 9 - \log_5 5 = \mathrm{A}\;\Rightarrow\; \mathrm{A}=3-2\cdot 2-1=3-4-1=-2\;\Rightarrow\; A=-2$

5. $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}\qquad 90^\circ<\alpha<180^\circ$

$\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}\;\Rightarrow\;\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ zbog drugog kvadranta,

$$\cos\alpha=-\sqrt{1-\frac{16}{25}}=-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}}=-\frac{4}{3}$$

$$\mathrm{ctg}\alpha=\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha}=-\frac{3}{4}$$

6. $3\cos^2 x-\sin^2 x-\sin 2x=0$

$3\cos^2 x-\sin^2 x-2\sin x\cos x=0\;\;/\;\cos^2 x$ gde je $\cos x\neq 0$

$$3-\mathrm{tg}^2x-2\mathrm{tg}x=0$$

$$\mathrm{tg}^2x+2\mathrm{tgx}-3=0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{tg}x=t$$

$$t^2+2t-3=0 \quad \Rightarrow \quad t_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{-2\pm 4}{2}$$

$$t_1=1 \qquad \vee \qquad t_2=-3$$

$$\mathrm{tg}x=1 \qquad \qquad \mathrm{tg}x=-3$$

$$x_1=\frac{\pi}{4}+k\pi \qquad \qquad x_2=\mathrm{arctg}(-3)+k\pi \quad , \quad k\in Z$$

7. $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1 \wedge m=n \Rightarrow \dfrac{x}{n}+\dfrac{y}{n}=1 \Rightarrow \dfrac{4}{n}+\dfrac{-3}{n}=1 \Rightarrow \dfrac{1}{n}=1 \Rightarrow n=1$

$\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{1}=1 \Rightarrow x+y=1 \Rightarrow x+y-1=0$ je jednačina tražene prave.

8. $x^2+y^2-2x-2y-8=0$

$x^2-2x+y^2-2y-8=0$

$(x-1)^2-1+(y-1)^2-1-8=0$

$(x-1)^2+(y-1)^2=10 \quad \Rightarrow \quad C(1,1) \quad , \quad r=\sqrt{10}$

9. $S_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_2) \Rightarrow 105=\dfrac{7}{2}(a_1+21) \Rightarrow a_1=9$

$a_n=a_1+(n-1)d \Rightarrow 21=9+6d \Rightarrow d=2$

traženi niz je: 9,11,13,15,17,19,21,...

10. $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$V=2V_{kupe}+V_{valjka}$

$$V_{kupe}=\frac{BH}{3}=\frac{r^2\pi}{3}\cdot\frac{a}{2}=\frac{3a^2}{4}\cdot\frac{\pi}{3}\cdot\frac{a}{2}=\frac{a^3\pi}{8}=\frac{1000\pi}{8}=125\pi$$

$$V_{valjka}=BH=r^2\pi\, a=25\cdot 3\cdot 10\pi=750\pi$$

$V=2\cdot 125\pi+750\pi=1000\pi$ je volumen rotacionog tela.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 06.09.2001.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

KANDIDAT:____________________________________ Konkursni broj:___________

1. Zaokružite tačan rezultat: $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}=$

   a) $-\frac{1}{6x}$ b) $\frac{x-3}{x+3}$ [6 bodova]

2. Rešiti jednačinu: $2\sqrt{3x-1}=\sqrt{x+7}$ [6 bodova]

3. Rešiti jednačinu: $2^{3-x}=32$ [6 bodova]

4. Zaokružiti tačan odgovor: $log_2 4 + log_3 27 - log_5 1 =$

   a) 5 b) 30 [6 bodova]

5. Izračunati vrednost od $sin\,(\alpha-\beta)$ za oštre uglove α i β, ako je $sin\,\alpha=\frac{3}{5}$ i $cos\,\beta=\frac{15}{17}$.

   [6 bodova]

6. Rešiti jednačinu: $2\,sin\,\mathrm{x}\,cos\,\mathrm{x}-cos\,\mathrm{x}=0$ [6 bodova]

7. Kroz tačku $A\,(2,3)$ postaviti pravu paralelnu sa pravom $2x-3y+1=0$. [6 bodova]

8. Odrediti dužini zajedničke tetive parabole $y^2=3x$ i kružnice $x^2+y^2=4$.[6 bodova]

9. Izračunati površinu i zapreminu lopte opisane oko kocke ivice $a=2\sqrt{3}$. [6 bodova]

10. Izračunati zbir prvih 10 članova aritmetičkog niza, ako je diferencija (razlika) $d=3$, a šesti član je $a_6=16$.

    [6 bodova]

SZABADKAI MŰSZAKI FŐISKOLA 2001.09.06.

MINŐSITŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

A PÁLYÁZÓ NEVE:_____________________________________, Jelentkezési szám:______

1. Karikázza be a helyes választ: $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}=$

   a) $-\frac{1}{6x}$ b) $\frac{x-3}{x+3}$ [6 pont]

2. Oldja meg az egyenletet: $2\sqrt{3x-1}=\sqrt{x+7}$ [6 pont]

3. Oldja meg az egyenletet: $2^{3-x}=32$ [6 pont]

4. Karikázza be a helyes választ: $log_2 4 + log_3 27 - log_5 1 =$

   a) 5 b) 30 [6 pont]

5. Számítsa ki $sin\,(\alpha-\beta)$ értékét, ha α és β, hegyes szögek és $sin\,\alpha=\frac{3}{5}$ i $cos\,\beta=\frac{15}{17}$.
   [6 pont]

6. Oldja meg az egyenletet: $2\,sin\,x\,cos\,x - cos\,x = 0$ [6 pont]

7. Az A (2,3) ponthoz illesszen a $2x-3y+1=0$ egyenessel párhuzamos egyenest. [6 pont]

8. Határozza meg az $y^2=3x$ parabola és az $x^2+y^2=4$ kör közös húrjának hosszúságát.
   [6 pont]

9. Számítsa ki az $a=2\sqrt{3}$ cm élű kocka köré írt gömb felszínét és térfogatát. [6 pont]

10. Számítsa ki a számtani sorozat első 10 tagjának összegét, ha a sorozat differenciája (különbsége) $d=3$, a hatodik tagja pedig $a_6=16$. [6 pont]

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
06.09.2001.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2001.09.06.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSITŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}=\frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2}=\frac{x-3}{x+3}$ pod usovom da je $x \neq -3$. Zaokružiti b).

2. Jednačina je definisana pod uslovom da je :

$$3x-1 \geq 0 \quad \wedge \quad x+7 \geq 0$$
$$x \geq \frac{1}{3} \quad \wedge \quad x \geq -7$$
$$x \geq \frac{1}{3}$$

Rešimo sada jednačinu:

$$2\sqrt{3x-1}=\sqrt{x+7} \qquad /^2$$
$$4(3x-1)=x+7$$
$$12x-4=x+7$$
$$11x=11$$
$$x=1$$

$x=1$ zadovoljava uslov $x \geq \frac{1}{3}$, znači da se prihvata kao rešenje date iracionalne jednačine.

3. $2^{3-x}=32$

$2^{3-x}=2^5$

$3-x=5$

$x=-2$ je rešenje date eksponencijalne jednačine.

4. $\log_2 4+\log_3 27 - \log_5 1=2+3-0=5$, zaokružiti a).

5. $0^\circ < \alpha < 90^\circ \quad , \quad 0^\circ < \beta < 90^\circ$

$$\sin\alpha = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = +\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos\beta = \frac{15}{17} \quad \Rightarrow \quad \sin\beta = +\sqrt{1-\cos^2\beta} = \sqrt{1-\frac{225}{289}} = \sqrt{\frac{64}{289}} = \frac{8}{17}$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta = \frac{3}{5}\cdot\frac{15}{17} - \frac{4}{5}\cdot\frac{8}{17} = \frac{45}{85} - \frac{32}{85} = \frac{13}{85}$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \frac{13}{85} \quad .$$

6. $2\sin x\cos x - \cos x = 0$

$\cos x(2\sin x - 1) = 0$

$\cos x = 0 \qquad \vee \qquad 2\sin x - 1 = 0$

$x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi \qquad \sin x = \frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \qquad x_3 = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \qquad , \qquad k \in Z$

7. Odredimo prvo koeficijent pravca date prave: $2x - 3y + 1 = 0 \;\Rightarrow\; y = \frac{2x+1}{3} \;\Rightarrow\; k_1 = \frac{2}{3}$.

Zbog paralelnosti koeficijent pravca druge prave je $k_2 = k_1 = \frac{2}{3}$.

Jednačina prave kroz datu tačku glasi: $y - 3 = \frac{2}{3}(x-2)$.

$3y - 9 = 2x - 4$

$2x - 3y + 5 = 0$ je jednačina tražene prave.

8. Nađimo prvo presečne tačke parabole i kružnice:

$y^2 = 3x$

$x^2 + y^2 = 4$

$x^2 + 3x = 4$

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2}$$

$x_1 = 1 \qquad x_2 = -4$

za $x_2 = -4$ parabola nije definisana, znači da je apscisa presečnih tačaka $x = 1$.

$x = 1 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 3 \quad \Rightarrow \quad y_{1/2} = \pm\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad A\left(1, \sqrt{3}\right)$, $B\left(1, -\sqrt{3}\right)$ su presečne tačke.

Dužina zajedničke tetive je dužina duži AB :

$|AB| = \sqrt{(1-1)^2 + \left(\sqrt{3}+\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{0 + 4 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$ je dužina zajedničke tetive.

9. Površina lopte je $P = 4R^2\pi$, zapremina je $V = \dfrac{4R^3\pi}{3}$, gde je R poluprečnik lopte.

Kod lopte opisane oko kocke poluprečnik je polovina od prostorne dijagonale:

$R = \dfrac{D}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3$,

$P = 4 \cdot 9\pi = 36\pi$,

$V = \dfrac{4 \cdot 27\pi}{3} = 36\pi$.

10. $a_6 = 16 \quad \Rightarrow \quad a_1 + 5d = 16 \quad \Rightarrow \quad a_1 + 5 \cdot 3 = 16 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 1$ je prvi član niza.

Traženi zbir prvih deset članova aritmetičkog niza je:

$S_{10} = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right) = \dfrac{10}{2}\left(2 + 9 \cdot 3\right) = 5 \cdot 19 = 95$.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
03.07.2002.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

(Zaokružite odgovor ili odgovore koje smatrate ispravnim!)

1. Naći uprošćeni oblik izraza: $\dfrac{a^2+14a+49}{a^2-49}=$

A. $\dfrac{1}{a-7}$ B. $\dfrac{1}{a+7}$ C. $\dfrac{a+7}{a-7}$

2. Odrediti vrednost izraza: $\sqrt{100-64}-\left(\sqrt{100}-\sqrt{64}\right)=$

A. 1 B. 4 C. –4

3. Naći rešenje iracionalne jednačine $17-3\sqrt{x}=11$

A. 1 B. 4 C. –4

4. Rešiti nejednačinu $x^2-6x+5\leq 0$

A. $(-\infty,1]$ B. $[1,5]$ C. $[5,\infty)$

5. Odrediti rešenje eksponencijalne jednačine $1000\cdot 10^x=\sqrt[x]{100^2}$

A. 1 B. 4 C. –4

6. Koja su rešenja trigonometrijske jednačine $\mathrm{tg}x+5\mathrm{ctg}x=6$

A. $\dfrac{\pi}{4}+k\pi$ B. $\dfrac{\pi}{3}+k\pi$ C. $\dfrac{\pi}{6}+k\pi$

7. Naći jednačinu prave, koja je normalna na pravu $2x-y+3=0$, i prolazi kroz tačku A(1,4).

A. $2x+y+3=0$ B. $2x-y-9=0$ C. $x+2y-9=0$

8. Kolika je dužina tetive koju odseca kružnica $x^2+y^2=25$ na pravoj $y=x+1$?

A. $7\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{7}$ C. 14

9. Pravougli trougao sa jednom katetom dužine 5 i hipotenuzom dužine 13 rotiramo oko duže katete. Kolika je zapremina tako nastalog tela?

A. 100π B. 1000π C. 10π

10. Tri broja obrazuju aritmetički niz, njihov zbir je 15. Dodamo li prvom broju 1, drugom broju 4, a trećem 19, dobija se geometrijski niz. Naći ta tri broja!

A. 2, 5, 8 B. 26, 6, –17 C. –3, 8, 10

SVAKI ZADATAK SE VREDNUJE NAJVIŠE SA 6 BODOVA.
MAKSIMALNI BROJ BODOVA JE 60.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2002.07.03.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

(A helyes választ vagy válaszokat kérjük karikázza be!)

1. Egyszerűsítse a következő kifejezést: $\dfrac{a^2+14a+49}{a^2-49}=$

A. $\dfrac{1}{a-7}$ B. $\dfrac{1}{a+7}$ C. $\dfrac{a+7}{a-7}$

2. Határozza meg a $\sqrt{100-64}-\left(\sqrt{100}-\sqrt{64}\right)=$ kifejezés értékét:

A. 1 B. 4 C. –4

3. Határozza meg a $17-3\sqrt{x}=11$ irracionális egyenlet megoldását:

A. 1 B. 4 C. –4

4. Oldja meg az $x^2-6x+5\le 0$ egyenlőtlenséget:

A. $(-\infty,1]$ B. $[1,5]$ C. $[5,\infty)$

5. Oldja meg az $1000\cdot 10^x=\sqrt[x]{100^2}$ exponenciális egyenletet:

A. 1 B. 4 C. –4

6. Mely számok a $\mathrm{tg}x+5\mathrm{ctg}x=6$ trigonometriai egyenlet megoldásai?

A. $\dfrac{\pi}{4}+k\pi$ B. $\dfrac{\pi}{3}+k\pi$ C. $\dfrac{\pi}{6}+k\pi$

7. Melyik egyenes merőleges a $2x-y+3=0$ egyenesre és áthalad az A(1,4) ponton is?

A. $2x+y+3=0$ B. $2x-y-9=0$ C. $x+2y-9=0$

8. Mekkora hosszúságú húrt metsz ki a $x^2+y^2=25$ kör az $y=x+1$ egyenesből?

A. $7\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{7}$ C. 14

9. A derékszögű háromszög egyik befogójának hossza 5, átfogója pedig 13. Forgassuk meg a háromszöget a hosszabb befogója körül. Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?

A. 100π B. 1000π C. 10π

10. Három szám számtani sorozatot alkot, összegük 15. Ha a számokat sorban 1-gyel, 4-gyel és 19-cel növeljük, mértani sorozatot nyerünk. Melyik ez a három szám?

A. 2, 5, 8 B. 26, 6, –17 C. –3, 8, 10

MINDEN FELADAT LEGFELJEBB 6 PONTTAL ÉRTÉKELHETŐ.
A MAXIMÁLIS PONTSZÁM 60.

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
03.07.2002.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2002.07.03.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $\frac{a^2+14a+49}{a^2-49}=\frac{(a+7)^2}{(a-7)(a+7)}=\frac{a+7}{a-7},\ a\neq-7$ **C**

2. $\sqrt{100-64}-\left(\sqrt{100}-\sqrt{64}\right)=\sqrt{36}-\sqrt{100}+\sqrt{64}=6-10+8=4$ **B**

3. $17-3\sqrt{x}=11\ \Rightarrow\ 17-11=3\sqrt{x}\ \Rightarrow\ 3\sqrt{x}=6\ \Rightarrow\ \sqrt{x}=2\ \Rightarrow x=4$ **B**

4. $x^2-6x+5\leq0\Rightarrow(x-1)(x-5)\leq0\Rightarrow(x-1)\geq0\wedge(x-5)\leq0\Rightarrow x\in[1,5]$ **B**

5. $1000\cdot10^x=\sqrt[x]{100^2}\ \Rightarrow\ 10^{x+3}=10^{\frac{4}{x}}$
$\Rightarrow x+3=\frac{4}{x}\ \ x^2+3x-4=0\Rightarrow x_1=1,\ x_2=-4$ **A,C**

6. $\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+k\pi\right)=\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{4}+k\pi\right)=1\Rightarrow\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+k\pi\right)+5\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{4}+k\pi\right)=6$ **A**

7. $p:\ 2x-y+3=0\ \Rightarrow\ y=2x+3\ \Rightarrow\ k_p=2,$
$q\perp p\Rightarrow k_p=-\frac{1}{2},\ \mathrm{A}\in q\Rightarrow\ q:\ \ y-4=-\frac{1}{2}(x-1)\Rightarrow q:\ \ x+2y-9=0$ **C**

8. $\left.\begin{array}{r}x^2+y^2=25\\ y=x+1\end{array}\right\}\Rightarrow x^2+(x+1)^2=25\Rightarrow\ 2x^2+2x-24=0\Rightarrow$
$\Rightarrow x^2+x-12=0\Rightarrow\Rightarrow x_1=3,\ \ x_2=-4\Rightarrow y_1=4,\ \ y_2-3\Rightarrow$
$\Rightarrow$P(3,4), Q(–4,–3) $\Rightarrow$ PQ=$\sqrt{49+49}=7\sqrt{2}$ **A**

9. $a=5,\ \ c=15\ \ \Rightarrow b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{169-25}=12\ \Rightarrow a=r,\ b=H\Rightarrow$
$\Rightarrow V=\frac{1}{3}r^2\pi\ H=\frac{1}{3}\cdot25\cdot\pi\ \cdot12=100\cdot\pi$ **A**

10. 2 + 5 + 8 = 15, 5 – 2 = 8 – 5, $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ 2+1=3, 5+4=9, 8+19=27 $\Rightarrow$ 3, 9, 27, 9:3 = 27:9 **A**

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
06.09.2002.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

(Zaokružite odgovor ili odgovore koje smatrate ispravnim!)

1. Naći uprošćeni oblik izraza: $\dfrac{x^2+12x+36}{x^2-36}=$

A. $\dfrac{1}{x-6}$ B. $\dfrac{1}{x+6}$ C. $\dfrac{x+6}{x-6}$

2. Odrediti vrednost izraza: $\sqrt{100-36}-\left(\sqrt{100}-\sqrt{36}\right)=$

A. 1 B. 4 C. –4

3. Naći rešenje iracionalne jednačine $17-3\sqrt{x}=11$

A. 1 B. 4 C. –4

4. Rešiti nejednačinu $x^2-6x+5\geq 0$

A. $(-\infty,1]$ B. $[1,5]$ C. $[5,\infty)$

5. Odrediti rešenje eksponencijalne jednačine $10^x=\sqrt[x]{100^2}$

A. 1 B. 2 C. –4

6. Koja su rešenja trigonometrijske jednačine $\mathrm{tg}x+5\mathrm{ctg}x=6$

A. $\dfrac{\pi}{4}+k\pi$ B. $\dfrac{\pi}{3}+k\pi$ C. $\dfrac{\pi}{6}+k\pi$

7. Naći jednačinu prave, koja je paralelna sa pravom $2x-y+3=0$, i prolazi kroz tačku A(1,4).

A. $2x+y+3=0$ B. $2x-y+2=0$ C. $x+2y-9=0$

8. Kolika je dužina tetive koju odseca kružnica $x^2+y^2=25$ na pravoj $y=x+1$

A. $7\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{7}$ C. 14

9. Pravougli trougao sa jednom katetom dužine 5 i hipotenuzom dužine 13 rotiramo oko kraće katete. Kolika je zapremina tako nastalog tela?

A. 24π B. 2400π C. 240π

10. Tri broja obrazuju aritmetički niz, njihov zbir je 15. Dodamo li prvom broju 1, drugom broju 4, a trećem 19, dobija se geometrijski niz. Naći ta tri broja!

A. 2, 5, 8 B. 26, 6, –17 C. –3, 8, 10

SVAKI ZADATAK SE VREDNUJE NAJVIŠE SA 6 BODOVA.
MAKSIMALNI BROJ BODOVA JE 60.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2002.09.06.

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

(A helyes választ vagy válaszokat kérjük karikázza be!)

1. Egyszerűsítse a következő kifejezést: $\frac{x^2+12x+36}{x^2-36}=$

A. $\frac{1}{x-6}$ B. $\frac{1}{x+6}$ C. $\frac{x+6}{x-6}$

2. Határozza meg a $\sqrt{100-36}-\left(\sqrt{100}-\sqrt{36}\right)=$ kifejezés értékét:

A. 1 B. 4 C. –4

3. Határozza meg a $17-3\sqrt{x}=11$ irracionális egyenlet megoldását:

A. 1 B. 4 C. –4

4. Oldja meg az $x^2-6x+5\geq 0$ egyenlőtlenséget:

A. $(-\infty,1]$ B. $[1,5]$ C. $[5,\infty)$

5. Oldja meg az $10^x=\sqrt[x]{100^2}$ exponenciális egyenletet:

A. 1 B. 2 C. –4

6. Mely számok a $\mathrm{tg}x+5\mathrm{ctg}x=6$ trigonometriai egyenlet megoldásai?

A. $\frac{\pi}{4}+k\pi$ B. $\frac{\pi}{3}+k\pi$ C. $\frac{\pi}{6}+k\pi$

7. Melyik egyenes párhuzamos a $2x-y+3=0$ egyenessel és áthalad az A(1,4) ponton is?

A. $2x+y+3=0$ B. $2x-y+2=0$ C. $x+2y-9=0$

8. Mekkora hosszúságú húrt metsz ki a $x^2+y^2=25$ kör az $y=x+1$ egyenesből?

A. $7\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{7}$ C. 14

9. A derékszögű háromszög egyik befogójának hossza 5, átfogója pedig 13. Forgassuk meg a háromszöget a rövidebb befogója körül. Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?

A. 24π B. 2400π C. 240π

10. Három szám számtani sorozatot alkot, összegük 15. Ha a számokat sorban 1-gyel, 4-gyel és 19-cel növeljük, mértani sorozatot nyerünk. Melyik ez a három szám?

A. 2, 5, 8 B. 26, 6, –17 C. –3, 8, 10

MINDEN FELADAT LEGFELJEBB 6 PONTTAL ÉRTÉKELHETŐ.
A MAXIMÁLIS PONTSZÁM 60.\

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA
S U B O T I C A
06.09.2002.

MŰSZAKI FŐISKOLA
S Z A B A D K A
2002.09.06.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
R E Š E N J A

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
M E G O L D Á S O K

1. $\dfrac{x^2+12x+36}{x^2-36}=\dfrac{(x+6)^2}{(x-6)(x+6)}=\dfrac{x+6}{x-6},\ x\neq 6$ **C**

2. $\sqrt{100-36}-\left(\sqrt{100}-\sqrt{36}\right)=\sqrt{64}-\sqrt{100}+\sqrt{36}=8-10+6=4$ **B**

3. $17-3\sqrt{x}=11 \Rightarrow 17-11=3\sqrt{x} \Rightarrow 3\sqrt{x}=6 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$ **B**

4. $x^2-6x+5\geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-5)\geq 0 \Rightarrow x\leq 1 \vee x\geq 5 \Rightarrow x\in(-\infty,1]\cup[5,+\infty)$ **A,C**

5. $10^x=\sqrt[x]{100^2} \Rightarrow 10^x=10^{\frac{4}{x}} \Rightarrow x=\dfrac{4}{x} \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=2$ **B**

6. $\mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right)=\mathrm{ctg}\left(\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right)=1 \Rightarrow \mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right)+5\,\mathrm{ctg}\left(\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right)=6$ **A**

7. $p:\ 2x-y+3=0 \Rightarrow y=2x+3 \Rightarrow k_p=2$,
$q \parallel p \Rightarrow k_q=2$, $A\in q \Rightarrow q:\ y-4=2(x-1) \Rightarrow q:\ 2x-y+2=0$ **B**

8. $\left.\begin{aligned} x^2+y^2&=25\\ y&=x+1\end{aligned}\right\} \Rightarrow x^2+(x+1)^2=25 \Rightarrow 2x^2+2x-24=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x^2+x-12=0 \Rightarrow \Rightarrow x_1=3,\ x_2=-4 \Rightarrow y_1=4,\ y_2-3 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ P(3,4), Q(–4,–3) $\Rightarrow$ PQ$=\sqrt{49+49}=7\sqrt{2}$ **A**

9. $a=5,\ c=15 \Rightarrow b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{169-25}=12 \Rightarrow b=r,\ a=H \Rightarrow$
$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}r^2\pi\, H=\dfrac{1}{3}\cdot 144\cdot\pi\cdot 5=240\cdot\pi$ **C**

10. 2 + 5 + 8 = 15, 5 – 2 = 8 – 5, $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ 2+1=3, 5+4=9, 8+19=27 $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ 3, 9, 27, 9:3 = 27:9 **A**

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Zaokružiti tačan odgovor: $\left(1-\frac{3x^2}{1-x^2}\right):\left(\frac{x}{x-1}+1\right)=$

a) 1 **b)** $-\frac{1+2x}{1+x}$ **c)** $\frac{1+2x}{1+x}$

2. Rešenje nejednačine $\frac{2x-3}{4-x}>3$ je interval:

a) $[3,4)$ **b)** $(3, 4)$ **c)** $(-\infty,3)\cup(4,\infty)$

3. Zaokružiti tačno rešenje jednačine $2^{\frac{x+1}{x}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}=1$.

a) $x\in\{-1,1\}$ **b)** $x\in\varnothing$ **c)** $x\in\{1\}$

4. Zaokružiti tačno rešenje jednačine $\log(5-x)-2\log\sqrt{3-x}=1$.

a) $x\in\varnothing$ **b)** $x\in\left\{\frac{25}{9}\right\}$ **c)** $x\in\{3,5\}$

5. Izračunati $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \mathrm{tg} 2\alpha$, ako je $\cos\alpha=\frac{5}{13}$, $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

6. Rešiti trigonometrijsku jednačinu $2\sin^2 x-\cos x=1$.

7. Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku $A(1,2)$ i normalna je na pravu $p: 2x+3y-1=0$.

8. Odrediti jednačinu kružnice ako joj je centar u tački $C(3,3)$ i tačka $A(3,0)$ pripada kružnici.

9. Pravougli trapez osnovica $a=9cm$ i $b=2cm$ i dužeg kraka $25cm$ rotira oko manje osnovice. Izračunati površinu i zapreminu nastalog tela. Zaokružiti tačan odgovor:
a) $P=828\pi\, cm^2,\ V=6528\pi\, cm^3$
b) $P=1608\pi\, cm^2,\ V=6528\pi\, cm^3$
c) $P=1608\pi\, cm^2,\ V=3840\pi\, cm^3$

10. Zbir tri broja koji čine geometrijski niz je 28. Ako se najveći broj umanji za 4, dobijaju se tri broja koji obrazuju aritmetički niz. Naći te brojeve.

S v a k i z a d a t a k s e v r e d n u j e m a k s i m a l n o s a 6 b o d o v a !
Ž e l i m o V a m u s p e š a n r a d !

Műszaki Főiskola **2003.07.23.**
S z a b a d k a

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Karikázza be a helyes válasz előtti betűt: $\left(1-\dfrac{3x^2}{1-x^2}\right):\left(\dfrac{x}{x-1}+1\right)=$

a) 1 **b)** $-\dfrac{1+2x}{1+x}$ **c)** $\dfrac{1+2x}{1+x}$

2. A $\dfrac{2x-3}{4-x}>3$ egyenlőtlenség megoldáshalmaza az alábbi intrevallumok egyike:

a) $[3,4)$ **b)** $(3,\ 4)$ **c)** $(-\infty,3)\cup(4,\infty)$

3. Karikázza be a $2^{\frac{x+1}{x}}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+1}=1$ egyenlet megoldása előtt álló betűt:

a) $x\in\{-1,1\}$ **b)** $x\in\ \varnothing$ **c)** $x\in\{1\}$

4. Karikázza be a $\log(5-x)-2\log\sqrt{3-x}=1$ egyenlet megoldását jelölő betűt:.

a) $x\in\ \varnothing$ **b)** $x\in\left\{\dfrac{25}{9}\right\}$ **c)** $x\in\{3,5\}$

5. Számítsa ki a $\sin 2\alpha,\cos 2\alpha,\mathrm{tg}2\alpha$ értékeket, ha $\cos\alpha=\dfrac{5}{13}$, $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

6. Oldja meg a $2\sin^2 x-\cos x=1$ trigonometrikus egyenletet.

7. Határozza meg az $A(1,2)$ ponton áthaladó egyenes egyenletét úgy, hogy az merőleges legyen a $p:2x+3y-1=0$ egyenesre.

8. Határozza meg a kör egyenletét, ha a középpontja a $C(3,3)$ pont, valamint áthalad az $A(3,0)$ ponton.

9. A derékszögű trapézt, amelynek párhuzamos oldalai $a=9cm$ és $b=2cm$, a hosszabb szára pedig $25cm$, forgatjuk a rövidebb alapja körül. Határozza meg az így keletkezett forgástest felszínét és térfogatát. Karikázza be a helyes választ:
a) $F=828\pi\,cm^2,\ V=6528\pi\,cm^3$
b) $F=1608\pi\,cm^2,\ V=6528\pi\,cm^3$
c) $F=1608\pi\,cm^2,\ V=3840\pi\,cm^3$

10. Három szám, amelyek összege 28, mértani sorozatot alkot. Ha a legnagyobbat 4-gyel csökkentjük, akkor egy számtani sorozat három tagját nyerjük. Melyik ez a három szám?

A feladatok mindegyike 6 ponttal értékelhető!
Jó munkát kívánunk!

Viša tehnička škola
S u b o t i c a
03.07.2003.

Műszaki Főiskola
S z a b a d k a
2003.07.03.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
REŠENJA

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
MEGOLDÁSOK

1. $$\left(1-\frac{3x^2}{1-x^2}\right):\left(\frac{x}{x-1}+1\right)=\frac{1-x^2-3x^2}{1-x^2}:\frac{x+x-1}{x-1}=\frac{1-4x^2}{1-x^2}\cdot\frac{x-1}{2x-1}=$$

$$=\frac{(1-2x)(1+2x)(x-1)}{(1-x)(1+x)(2x-1)}=\frac{1+2x}{1+x}$$

c) $\frac{1+2x}{1+x}$

2. $$\frac{2x-3}{4-x}>3\Rightarrow\frac{2x-3}{4-x}-3>0\Rightarrow\frac{2x-3-12+3x}{4-x}>0\Rightarrow\frac{5x-15}{4-x}>0\Rightarrow\frac{5(x-3)}{4-x}>0$$

	$-\infty$ 3	3 4	4 ∞
$x-3$	$-$	$+$	$+$
$4-x$	$+$	$+$	$-$
$\frac{5(x-3)}{4-x}$	$-$	$+$	$-$

b) $(3,4)$

3. $$2^{\frac{x+1}{x}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}=1\Rightarrow 2^{\frac{x+1}{x}-(x+1)}=1\Rightarrow\frac{x+1}{x}-(x+1)=0\Rightarrow x+1-x^2-x=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-1=0\qquad\Rightarrow x=\pm 1$$

a) $x\in\{-1,1\}$

4. $$\log(5-x)-2\log\sqrt{3-x}=1\Rightarrow\log\frac{5-x}{3-x}=1\Rightarrow\frac{5-x}{3-x}=10\Rightarrow 5-x=30-10x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x=25\Rightarrow x=\frac{25}{9}.$$

b) $x\in\left\{\frac{25}{9}\right\}$

5. Zbog uslova $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ je $\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{25}{169}}=-\sqrt{\frac{144}{169}}=-\frac{12}{13}$.

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\left(-\frac{12}{13}\right)\cdot\left(\frac{5}{13}\right)=-\frac{120}{169}.$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\left(\frac{5}{13}\right)^2-\left(-\frac{12}{13}\right)^2=\frac{25}{169}-\frac{144}{169}=-\frac{119}{169}.$$

$$\mathrm{tg}2\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=\frac{120}{119}.$$

6. Rešiti trigonometrijsku jednačinu $2\sin^2 x - \cos x = 1$.

$$2\left(1-\cos^2 x\right) - \cos x - 1 = 0 \;\Rightarrow\; 2 - 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

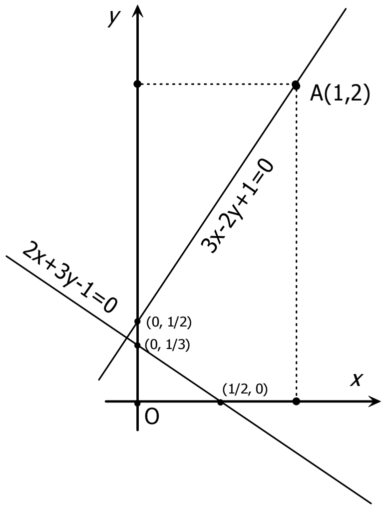
$$\cos x = t \;\Rightarrow\; 2t^2 + t - 1 = 0 \;\Rightarrow\; t_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4}.$$

$$t_1 = \frac{1}{2} \qquad\qquad t_2 = -1$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \qquad\qquad \cos x = -1$$

$$\underline{x_{1/2} = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \qquad\qquad x_3 = \pi + 2k\pi}$$

7. Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku $A(1,2)$ i normalna je na pravu $p: 2x + 3y - 1 = 0$.



$$p: y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \;\Rightarrow\; k_p = -\frac{2}{3} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; k_q = -\frac{1}{k_p} = \frac{3}{2}$$

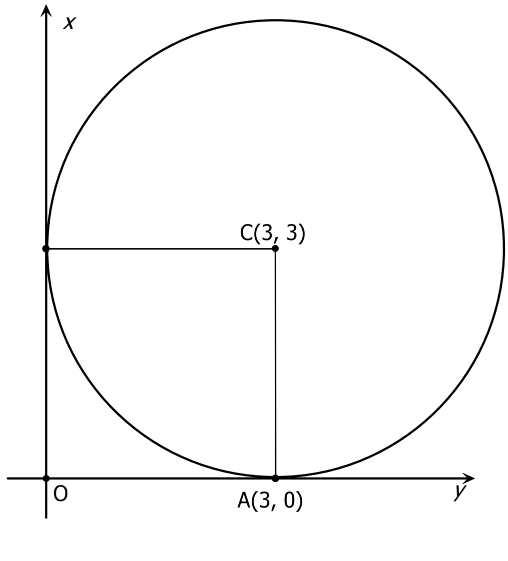
Jednačina prave kroz jednu tačku:

$$q: y - 2 = k_q(x-1) \Rightarrow q: y - 2 = \frac{3}{2}(x-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; q: y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} + 2 \;\Rightarrow\; \underline{q: y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 3x - 2y + 1 = 0.$$

8. Odrediti jednačinu kružnice ako joj je centar u tački $C(3,3)$ i tačka $A(3,0)$ pripada kružnici.



Centar kružnice je tačka

$C(p,q) = C(3,3) \;\Rightarrow p = 3 \;\wedge\; q = 3$.

Opšti oblik jednačine kružnice je :

$$k: (x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$$

$$k: (x-3)^2 + (y-3)^2 = r^2$$

Ako tačka A pripada kružnici, tada je

$$(3-3)^2 + (0-3)^2 = r^2$$

$$9 = r^2 \;\Rightarrow\; r = 3$$

Jednačina tražene kružnice glasi

$\underline{k: (x-3)^2 + (y-3)^2 = 9}$.

9. Pravougli trapez osnovica $a = 9cm$ i $b = 2cm$ i dužeg kraka $25cm$ rotira oko manje osnovice. Izračunati površinu i zapreminu nastalog tela. Zaokružiti tačan odgovor:

a) $P = 828\pi\ cm^2,\ V = 6528\pi\ cm^3$

b) $P = 1608\pi\ cm^2,\ V = 6528\pi\ cm^3$

c) $P = 1608\pi\ cm^2,\ V = 3840\pi\ cm^3$

Rotacijom se dobija složeno telo, iz valjka je izvađena kupa.

Valjak i kupa imaju istu osnovu sa poluprečnikom : $r^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$

$\underline{r = 24cm}$.

Površina složenog tela sastoji se od jedne kružnice, od omotača valjka i od omotača kupe:

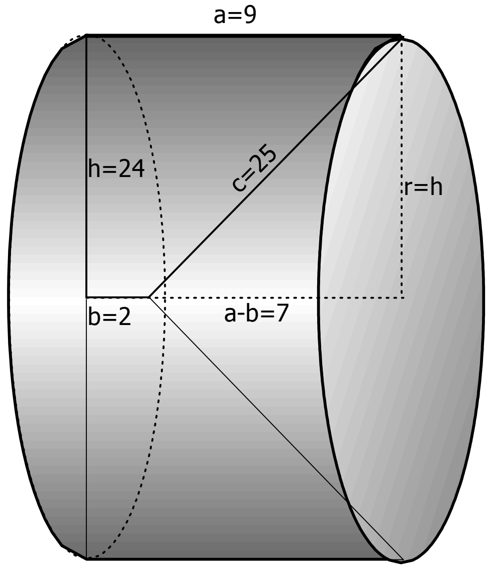
$$P = r^2\pi + M_{valjka} + M_{kupe}$$

$$P = r^2\pi + 2r\pi\ H_{valjka} + r\pi s$$

$$P = 576\pi + 2 \cdot 24\pi \cdot 9 + 24\pi \cdot 25$$

$$P = 576\pi + 432\pi + 600\pi$$

$$\underline{P = 1608\pi\ cm^2}$$



$$V = V_{valjak} - V_{kupa}$$

$$V = r^2\pi\ H_{valjak} - \frac{1}{3} r^2\pi\ H_{kupa}$$

$$V = 576\pi \cdot 9 - \frac{1}{3} \cdot 192\pi \cdot 7$$

$$V = 5184\pi - 1344\pi$$

$$\underline{V = 3840\pi\ cm^3}$$

c) $\underline{P = 1608\pi\ cm^2,\ V = 3840\pi\ cm^3}$

10. Zbir tri broja koji čine geometrijski niz je 28. Ako se najveći broj umanji za 4, dobijaju se tri broja koji obrazuju aritmetički niz. Naći te brojeve.

a_1, a_2, a_3 je geometrijski niz $\Rightarrow$ a_1, a_1q, a_1q^2

$a_1,\ a_2,\ a_3 - 4$ je aritmetički niz

$a_1 + a_1q + a_1q^2 = 28$

$\underline{2a_1q = a_1 + a_1q^2 - 4}$

$\underline{a_1(1 + q + q^2) = 28}$

$\underline{a_1(q^2 - 2q + 1) = 4}$

$$\frac{1 + q + q^2}{1 - 2q + q^2} = 7$$

$1 + q + q^2 = 7 - 14q + 7q^2$

$6q^2 - 15q + 6 = 0 \ \Rightarrow\ 2q^2 - 5q + 2 = 0$

$q_1 = 2 \Rightarrow a_1 = 4 \Rightarrow tri\ broja\ su : 4,\ 8,\ 16$

$q_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a_1 = 16 \Rightarrow tri\ broja\ su : 16,\ 8, 4$.

Viša tehnička škola **05.09.2003.**
S u b o t i c a

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

1. Zaokružiti tačan odgovor: $\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right):\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)=$

a) $\frac{m}{m+n}$ **b)** $\frac{mn}{m+n}$ **c)** $\frac{n}{m+n}$

2. Rešenje nejednačine $\frac{6-x}{3-x}<-2$ je interval:

a) $[3,4]$ **b)** $(3,4)$ **c)** $(-\infty,3)\cup(4,\infty)$

3. Zaokružiti tačno rešenje jednačine $4^x=2^{\frac{x+1}{x}}$.

a) $x\in\{1\}$ **b)** $x\in\left\{-\frac{1}{2},1\right\}$ **c)** $x\in\left\{-\frac{1}{2},0,1\right\}$

4. Zaokružiti tačno rešenje jednačine $\log(x^2+19)-\log(x-8)=2$.

a) nema rešenje **b)** $x\in\{9,91\}$ **c)** $x\in\{9\}$

5. Izračunati $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \mathrm{tg} 2\alpha$, ako je $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$.

6. Rešiti trigonometrijsku jednačinu $\cos x-\cos 2x=1$.

7. Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku $A(1,2)$ i paralelna je sa pravom $p: x+y-3=0$.

8. Odrediti jednačinu kružnice na kojoj su tačke $A(2,0)$ i $B(8,0)$ krajnje tačke dijagonale.

9. Pravougli trapez osnovica $a=10cm$ i $b=2cm$ i površine $90cm^2$ rotira oko veće osnove. Izračunati površinu i zapreminu nastalog tela. Zaokružiti tačan odgovor:
a) $P=600\pi\, cm^2, V=1050\pi\, cm^3$
b) $P=540\pi\, cm^2, V=1050\pi\, cm^3$
c) $P=540\pi cm^2, V=150\pi\, cm^3$

10. Tri broja, čiji je zbir 26, obrazuju geometrijski niz. Ako se tim brojevima doda redom 1,6 i 3, dobijaju se tri broja koji obrazuju aritmetički niz. Naći te brojeve.

S v a k i z a d a t a k s e v r e d n u j e m a k s i m a l n o s a 6 b o d o v a !
Ž e l i m o V a m u s p e š a n r a d !

Műszaki Főiskola
S z a b a d k a ***2003.09.05.***

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

1. Karikázza be a helyes válasz előtti betűt: $\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right):\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)=$

a) $\frac{m}{m+n}$ **b)** $\frac{mn}{m+n}$ **c)** $\frac{n}{m+n}$

2. A $\frac{6-x}{3-x}<-2$ egyenlőtlenség megoldáshalmaza az alábbi intrevallumok egyike:

a) $[3,4]$ **b)** $(3,4)$ **c)** $(-\infty,3)\cup(4,\infty)$

3. Karikázza be a $4^x=2^{\frac{x+1}{x}}$ egyenlet megoldása előtt álló betűt:

a) $x\in\{1\}$ **b)** $x\in\left\{-\frac{1}{2},1\right\}$ **c)** $x\in\left\{-\frac{1}{2},0,1\right\}$

4. Karikázza be a $\log(x^2+19)-\log(x-8)=2$ egyenlet megoldását jelölő betűt:

a) nem megoldható **b)** $x\in\{9,91\}$ **c)** $x\in\{9\}$

5. Számítsa ki a $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \mathrm{tg} 2\alpha$ értékeket, ha $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$.

6. Oldja meg a $\cos x-\cos 2x=1$ trigonometrikus egyenletet.

7. Határozza meg az $A(1,2)$ ponton áthaladó egyenes egyenletét úgy, hogy az párhuzamos legyen a $p: x+y-3=0$ egyenessel.

8. Határozza meg a kör egyenletét, ha az $A(2,0)$ és $B(8,0)$ pontok az átmérőjének végpontjai.

9. A derékszögű trapézt, amelynek párhuzamos oldalai $a=10cm$ és $b=2cm$, területe $90cm^2$, forgatjuk a hosszabb alapja körül. Határozza meg az így keletkezett forgástest felszínét és térfogatát. Karikázza be a helyes választ:
a) $F=600\pi\, cm^2, V=1050\pi\, cm^3$
b) $F=540\pi\, cm^2, V=1050\pi\, cm^3$
c) $F=540\pi cm^2, V=150\pi\, cm^3$

10. Három szám, amelyek összege 26, mértani sorozatot alkot. Ha a számokat sorrendben növeljük az 1,6 és 3 számokkal, akkor egy számtani sorozat három tagját nyerjük. Melyik ez a három szám?

A feladatok mindegyike 6 ponttal értékelhető!
Jó munkát kívánunk!

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE *REŠENJA*

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL *MEGOLDÁSOK*

1. $\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right):\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)=$

$$\frac{n-m}{mn}:\frac{n^2-m^2}{m^2n^2}=\frac{n-m}{mn}\cdot\frac{m^2n^2}{(n-m)(n+m)}=\frac{mn}{m+n}$$

b) $\frac{mn}{m+n}$.

2. $\frac{6-x}{3-x}<-2 \Rightarrow \frac{6-x}{3-x}+2<0 \Rightarrow \frac{3(4-x)}{3-x}<0$:

	$-\infty$ 3	3 4	4 ∞
$3-x$	+	–	–
$4-x$	+	+	–
$\frac{3(4-x)}{3-x}$	+	–	+

b) (3, 4)

3. $4^x=2^{\frac{x+1}{x}} \Rightarrow 2^{2x}=2^{\frac{x+1}{x}} \Rightarrow 2x=\frac{x+1}{x}$

$$\Rightarrow 2x^2-x-1=0 \Rightarrow x_{1/2}=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{1\pm 3}{4}.$$

b) $x\in\left\{-\frac{1}{2},1\right\}$

11. $\log\left(x^2+19\right)-\log(x-8)=2 \Rightarrow \log\frac{x^2+19}{x-8}=\log 100 \Rightarrow \frac{x^2+19}{x-8}=100$

$$\Rightarrow x^2-100x+819=0.$$

b) $x\in\{9,91\}$

5. $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{4}{5}$.

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{24}{25}$, $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{7}{25}$, $\operatorname{tg}2\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=\frac{24}{7}$.

6. $\cos x - \cos 2x = 1 \Rightarrow \cos x - (\cos^2 x - \sin^2 x) - 1 = 0 \Rightarrow$

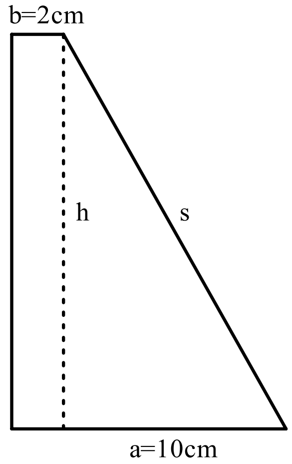
$\cos x - \cos^2 x + \sin^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x - 2\cos^2 x = 0 \Rightarrow$

$\cos x(1 - 2\cos x) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \vee \cos x = \frac{1}{2}.$

Sledi: $x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad x_2 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \quad x_3 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi.$, $k \in \mathbf{Z}$.

7. Prave koje prolaze kroz tačku $A(1,2)$ imaju jednačinu oblika $y - 2 = k(x - 1)$. Sve prave paralelne sa pravom $p: x + y - 3 = 0$ imaju koeficijent pravca $k = -1$. Prema tome jednačina prave koju tražimo je sama prava: $p: x + y - 3 = 0$.

8. Centar kružnice je središte C duži AB: Pošto je $A(2,0)$ i $B(8,0)$ sledi C(5, 0). Neposredno se uočava, da je poluprečnik $r = 3$, pa jednačina tražene kružnice je: $(x - 5)^2 + y^2 = 9$.



9. Rotacijom se dobija složeno telo sastavljeno od valjka i kupe. Valjak i kupa imaju istu osnovu sa poluprečnikom koja je jednaka visini trapeza. Pošto je površina trapeza

$$p = \frac{a+b}{2}h = \frac{10+2}{2}h = 90$$

sledi: $h = r = 15\ cm$. Kosi krak trapeza je $s = 17\ cm$. (Pitagora).

Površina složenog tela sastoji se od jednog kruga, od omotača valjka i od omotača kupe. Visina valjka je b, visina kupe je $a–b$:

$$P = r^2\pi + M_{valjka} + M_{kupe}$$

$$P = r^2\pi + 2r\pi H_{valjka} + r\pi s$$

$$P = 225\pi + 2 \cdot 15\pi \cdot 2 + 15\pi \cdot 17,$$

$$P = 540\pi\, cm^2.$$

Zapremina složenog tela je zbir zapremine valjka i kupe:

$$V = V_{valjak} + V_{kupa} = r^2\pi H_{valjak} + \frac{1}{3}r^2\pi H_{kupa} = 225\pi \cdot 2 + \frac{1}{3}225\pi \cdot 8 = 1050\pi\, cm^2 .$$

b) $P = 540\pi\, cm^2, V = 1050\pi\, cm^3$

10. Neka su traženi brojevi a, aq i aq^2. Njihov zbir je $a + aq + aq^2 = 26$. Nakon uvećanja za 1, 6 i 3 imamo brojeve $a + 1$, $aq + 6$ i $aq^2 + 3$ koji obrazuju aritmetički niz, pa je: $(a + 1) + (aq^2 + 3) = 2(aq + 6)$. Rešavajući dobijeni sistem jednačina dobijemo: $a(1 + q + q^2) = 26$ i $a(1 - 2q + q^2) = 8$. Po deljenju leve i desne strane (a se skraćuje):

$\frac{1 + q + q^2}{1 - 2q + q^2} = \frac{26}{8} \Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \Rightarrow q_1 = 3,\ q_2 = \frac{1}{3}$. Obe mogućnosti daju iste brojeve, samo u suprotnom redosledu: 2, 6, 18, odnosno 18, 6, 2.

Viša tehnička škola **01.07.2004.**
S u b o t i c a

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

U svakom zadatku zaokružiti slovo ispred odgovora, kojeg smatrate ispravnim.
Svaki tačan odgovor vredi 6 bodova.

1. Skraćeni (pojednostavljeni) oblik izraza $\frac{2x-xy-y+2}{3x+xy+y+3}$ je:

a) $\frac{2+y}{3+y}$; **b)** $\frac{2-y}{3-y}$; **c)** $\frac{2-y}{3+y}$.

2. Broj realnih korena jednačine $\sqrt{x^2-5}=\sqrt{x+1}$ je:

a) 0; **b)** 1; **c)** 2.

3. Koren jednačine $3^x \cdot 7^{2-x}=21$ zadovoljava sledeći uslov:.

a) $x\in(-\infty,1)$; **b)** $x\in[1,3)$; **c)** $x\in[3,\infty)$.

4. Zbir korena jednačine $\log_2^2 x+2\log_2\sqrt{x}-2=0$ je:

a) 2,25; **b)** 2,50; **c)** 2,75.

5. Ako je $tg\alpha=2$, tada je vrednost izraza $\frac{\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}{\sin^3\alpha-\cos^3\alpha}$ jednaka broju:

a) $\frac{5}{3}$; **b)** $\frac{7}{5}$; **c)** $\frac{9}{7}$.

6. Broj rešenja trigonometrijske jednačine $3\cos x-2\sin^2 x=0$ u intervalu $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ je:

a) 3; **b)** 2; **c)** 1.

7. Data su tri uzastopna temena paralelograma $ABCD$: $A(3,-5)$, $B(5,-3)$, $C(-1,3)$.
Koordinate četvrtog temena su:

a) $D(-3,\ 1)$; **b)** $D(-1,\ 3)$; **c)** $D(3,\ -1)$.

8. Prava $mx-3y=24$ je tangenta hiperbole $x^2-y^2=36$. Kvadrat parametra m ima vrednost:
a) $m^2=16$; **b)** $m^2=25$; **c)** $m^2=36$.

9. Osnovne ivice prave trosrane prizme su $a=4cm$, $b=5cm$, $c=7cm$. Visina tela je jednaka visini osnove, koja pripada najkraćoj ivici. Zapremina prizme je::
a) $V=58\ cm^3$; **b)** $V=48cm^3$; **c)** $V=38\ cm^3$.

10. U aritmetičkom nizu prvi član je 1, a zbir prvih pet članova je jednak četvrtini zbira idućih pet članova. Diferencija (razlika) tog niza je:
a) d=3; **b)** d=2; **c)** d=–3.

Ž e l i m o V a m u s p e š a n r a d !

Műszaki Főiskola **2004.07.01.**
S z a b a d k a

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Mindegyik feladatnál három válaszlehetőség van. Karikázza be a helyes válasz előtt álló betűt. Minden helyes válasz 6 pontot ér.

1. Egyszerűsítés után a $\dfrac{2x-xy-y+2}{3x+xy+y+3}$ kifejezés alakja a következő:

a) $\dfrac{2+y}{3+y}$; **b)** $\dfrac{2-y}{3-y}$; **c)** $\dfrac{2-y}{3+y}$.

2. A $\sqrt{x^2-5}=\sqrt{x+1}$ egyenlet valós megoldásainak száma:

a) 0; **b)** 1; **c)** 2.

3. A $3^x \cdot 7^{2-x}=21$ egyenlet gyöke kielégíti az alábbi feltételt:

a) $x\in(-\infty, 1)$; **b)** $x\in[1, 3)$; **c)** $x\in[3, \infty)$.

4. A $\log_2^2 x+2\log_2\sqrt{x}-2=0$ egyenlet gyökeinek összege:

a) 2,25; **b)** 2,50; **c)** 2,75.

5. Ha $tg\alpha=2$, akkor a $\dfrac{\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}{\sin^3\alpha-\cos^3\alpha}$ kifejezés értéke:

a) $\dfrac{5}{3}$; **b)** $\dfrac{7}{5}$; **c)** $\dfrac{9}{7}$.

6. A $3\cos x-2\sin^2 x=0$ egyenlet $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ intervallumhoz tartozó gyökeinek száma:

a) 3; **b)** 2; **c)** 1.

7. Adott az $ABCD$ paralelogramma három egymást követő csúcsa: $A(3, -5)$, $B(5, -3)$, $C(-1, 3)$.
A negyedik csúcspont koordinátái:

a) $D(-3, 1)$; **b)** $D(-1, 3)$; **c)** $D(3, -1)$.

8. Az $mx-3y=24$ egyenes érinti az $x^2-y^2=36$ hiperbolát. Az m paraméter négyzete:
a) $m^2=16$; **b)** $m^2=25$; **c)** $m^2=36$.

9. A háromoldalú egyenes hasáb alapélei: $a=4cm$, $b=5cm$, $c=7cm$. A hasáb magassága ugyanakkora mint az alaplap legkisebb éléhez tartozó magassága. A hasáb tétfogata:
a) $V=58\ cm^3$; **b)** $V=48cm^3$; **c)** $V=38\ cm^3$.

10. A számtani sorozat első tagja 1, míg az első öt tag összege egyenlő a következő öt tag összegének negyedrészével. A sorozat különbsége (differenciája):
a) d=3; **b)** d=2; **c)** d=–3.

J ó m u n k á t k í v á n u n k !

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA – SZABADKAI MŰSZAKI FŐISKOLA

REŠENJA ZADATAKA
SA KLASIFIKACIONOG ISPITA IZ MATEMATIKE OD 01.07.2004.

A 2004.07.01-ÉN MEGTARTOTT MATEMATIKAI MINŐSÍTŐ VIZSGA
FELADATAINAK MEGOLDÁSAI

1. $\dfrac{2x-xy-y+2}{3x+xy+y+3}=\dfrac{2x+2-xy-y}{3x+3+xy+y}=\dfrac{2(x+1)-y(x+1)}{3(x+1)+y(x+1)}=\dfrac{(x+1)(2-y)}{(x+1)(3+y)}=\dfrac{2-y}{3+y},\ x\neq -1$ **c)**

2. Da bi koren jednačine $\sqrt{x^2-5}=\sqrt{x+1}$ bio realan broj, mora da zadovolji uslove $|\,x\,|\geq\sqrt{5}$ i $|\,x\,|\geq -1$. Prema tome, moguća realna rešenja su u skupu $x\geq\sqrt{5}$.

$\sqrt{x^2-5}=\sqrt{x+1}\ \Rightarrow\ x^2-5=x+1\ \Rightarrow\ x^2-x-6=0$. Rešenja te jednačine su 3 i –2 od kojih samo broj 3 pripada dozvoljenom intervalu, pa je broj realnih rešenja 1. **b)**

3. $3^x\cdot 7^{2-x}=21\ \Rightarrow\ 3^x\cdot 7^2\cdot 7^{-x}=21\ \Rightarrow\left(\dfrac{3}{7}\right)^x=\dfrac{21}{49}\Rightarrow\left(\dfrac{3}{7}\right)^x=\dfrac{3}{7}\Rightarrow x=1$. **b)**

4. $\log_2^2 x+2\log_2\sqrt{x}-2=0\ \Rightarrow\ \log_2^2 x+\log_2 x-2=0$. Za $t=\log_2 x$ sledi: $t^2+t-2=0$.

Rešenja te kvadratne jednačine su: $t_1=-2\ i\ t_2=1$. Rešenja polazne jednačine su $x_1=\dfrac{1}{4}\ i\ x_2=2$.

Zbir ova dva broja je 2,25. **a)**

5. $\dfrac{\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}{\sin^3\alpha-\cos^3\alpha}=\dfrac{\cos^3\alpha\left(\dfrac{\sin^3\alpha}{\cos^3\alpha}+1\right)}{\cos^3\alpha\left(\dfrac{\sin^3\alpha}{\cos^3\alpha}-1\right)}=\dfrac{tg^3\alpha+1}{tg^3\alpha-1}=\dfrac{2^3+1}{2^3-1}=\dfrac{9}{7}.$ **c)**

6. $3\cos x-2\sin^2 x=0\ \Rightarrow\ 3\cos x-2(1-\cos^2 x)=0\ \Rightarrow\ 2\cos^2 x+3\cos x-2=0$. Za $t=\cos x$ sledi: $2t^2+3t-2=0$. Rešenja te kvadratne jednačine su: $t_1=-2\ i\ t_2=\dfrac{1}{2}$. Očevidno t_1 ne daje rešenje, dok $t_2=\cos x=\dfrac{1}{2}$ je zadovoljeno za dve vrednosti iz tog intervala: za $x=\pm\dfrac{\pi}{3}$. **b)**

7. Neka je presek dijagonala paralelograma obeležen sa O. Ta tačka je sredina duži AC, pa su njene koordinate: $O\left(\frac{3-1}{2}, \frac{-5+3}{2}\right) \equiv O(1, -1)$. Istovremeno, ta tačka je i središte duži BD. Neka je teme $D(m, n)$, tada je $O\left(\frac{m+5}{2}, \frac{n-3}{2}\right)$. Sledi $m = -3$ i $n = 1$. **a)**

8. Uslov dodira prave $y = kx + n$ i hiperbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ je $n^2 = a^2k^2 - b^2$. U slučaju date prave je: $y = \frac{m}{3}x - 8$, pa u uslovu dodira možemo zameniti $k = \frac{m}{3}$, $n = -8$, $a^2 = b^2 = 36$:

$64 = 36\frac{m^2}{9} - 36$. Odavde sledi $m^2 = 25$. **b)**

9. Korišćenjem Heronovog obrasca izračunamo površinu baze:

$B = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1} = 4\sqrt{6}$, jer je $s = \frac{a+b+c}{2} = 8cm$. Visina baze, koja pripada ivici a dobija se iz uslova: $B = \frac{a \cdot h_a}{2}$ to jest: $4\sqrt{6} = \frac{4h_a}{2}$. Otuda je $h_a = H = 2\sqrt{6}\,cm$.

Sledi zapremina prizme: $V = B \cdot H = 4\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{6} = 48cm^3$. **b)**

10. Po uslovu zadatka je $a_1 = 1, \quad a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{4}(a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10})$.

Ako zamenimo svaki član sa činjenicom $a_n = a_n + (n-1)d = 1 + (n-1)d$ dobijamo jednačinu iz koje sledi, da je d**=–**3. **c)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	b	b	a	c	b	a	b	b	c

Viša tehnička škola **08.09.2004.**
S u b o t i c a

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE

(zaokružite slovo ispred ispravnog odgovora: **A** ili **B** ili **C**)

1. Ako je: $\mathbf{U} = \sqrt{2-\sqrt{3}}$ i $\mathbf{V} = \sqrt{2+\sqrt{3}}$, tada važi relacija:

A **U – V = 1** **B** **U · V = 1** **C** **U + V = 1**

2. Jednačinu $\dfrac{1-\dfrac{1-x}{1+x}}{1+\dfrac{1-x}{1+x}} \cdot \dfrac{1+\dfrac{1+x}{1-x}}{1-\dfrac{1+x}{1-x}} = \mathbf{-1}$ zadovoljavaju sledeći brojevi:

A $\forall x \in \mathbf{R}$ (Svi realni brojevi) **B** $\forall x \in \mathbf{S}$, $\mathbf{S}=\{-1, 0, 1\}$ **C** $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{S}$

3. Proizvod rešenja jednačine $0{,}5^{2x-2} \cdot 2^{x^2} = 32$ je:

A **3** **B** **2** **C** **–3**

4. Rešenje jednačine $1 + \log 2x - \log(1-3x) = 0$ pripada intervalu:

A $x \in \left(0, \dfrac{1}{33}\right)$ **B** $x \in \left[\dfrac{1}{33}, \dfrac{1}{23}\right)$ **C** $x \in \left[\dfrac{1}{23}, \dfrac{1}{3}\right)$

5. Ako je $\sin\alpha + \cos\alpha = 1{,}2$ koliko je $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$?

A **0,12** **B** **0,22** **C** **0,32**

6. Broj rešenja trigonometrijske jednačine $\sin 2x - \cos x = 0$ u intervalu $(0, \pi)$ je:.

A **1** **B** **2** **C** **3**

7. Za tačke $A(2,3)$, $B(-5,1)$ koordinate tačke R, koja deli duž AB u razmeri $AR{:}RB=2{:}3$ su:

A $R\left(\dfrac{4}{5}, -\dfrac{11}{5}\right)$ **B** $R\left(\dfrac{4}{5}, \dfrac{11}{5}\right)$ **C** $R\left(-\dfrac{4}{5}, \dfrac{11}{5}\right)$

8. Jednačina tangente elipse $\dfrac{x^2}{32} + \dfrac{y^2}{18} = 1$ u njenoj tački $P_0(4,3)$ je:

A $3x + 4y = 24$ **B** $3x - 4y = 24$ **C** $-3x + 4y = 24$

9. Neka je svaka ivica četvorostrane piramide a. Koliko procenata iznosi zapremina te piramide od zapremine kocke, čija ivica ima istu dužinu a?

A manje od 20% **B** od 20% do 30% **C** više od 30%

10. Poslednji član geometrijske progresije je 128, a pretposlednji 64. Zbir svih članova ispred je 63. Koja je to progresija i koliko članova ima?

Navesti sve elemente progresije: ____

S v a k i z a d a t a k s e v r e d n u j e m a k s i m a l n o s a 6 b o d o v a !
Ž e l i m o V a m u s p e š a n r a d !

Műszaki Főiskola **2004.09.08.**
S z a b a d k a

MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

(karikázza be a helyes válasz előtt álló betűt: **A** vagy **B** vagy **C**

1. $\mathbf{U}=\sqrt{2-\sqrt{3}}$ és $\mathbf{V}=\sqrt{2+\sqrt{3}}$ számokra teljesül:

A $\mathbf{U-V=1}$ **B** $\mathbf{U\cdot V=1}$ **C** $\mathbf{U+V=1}$

2. Az $\dfrac{1-\dfrac{1-x}{1+x}}{1+\dfrac{1-x}{1+x}}\cdot\dfrac{1+\dfrac{1+x}{1-x}}{1-\dfrac{1+x}{1-x}}=\mathbf{-1}$ egyenlet megoldásai:

A $\forall x\in\mathbf{R}$ (Minden valós szám) **B** $\forall x\in\mathbf{S}$, $\mathbf{S}=\{-1,0,1\}$ **C** $\forall x\in\mathbf{R}\setminus\mathbf{S}$

3. A $0{,}5^{2x-2}\cdot 2^{x^2}=32$ egyenlet megoldásainak szorzata:

A **3** **B** **2** **C** **–3**

4. Az $1+\log 2x-\log(1-3x)=0$ egyenlet megoldására teljesül:

A $x\in\left(0,\dfrac{1}{33}\right)$ **B** $x\in\left[\dfrac{1}{33},\dfrac{1}{23}\right)$ **C** $x\in\left[\dfrac{1}{23},\dfrac{1}{3}\right)$

5. Ha $\sin\alpha+\cos\alpha=1{,}2$ akkor mekkora $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ értéke?
A **0,12** **B** **0,22** **C** **0,32**

6. Hány megoldása van a $\sin 2x-\cos x=0$ egyenletnek a $(0,\pi)$ intervallumban?
A **1** **B** **2** **C** **3**

7. Az AB szakaszt ($A(2,3)$, $B(-5,1)$) AR:RB=2:3 arányban osztó R pont koordinátái:

A $R\left(\dfrac{4}{5},-\dfrac{11}{5}\right)$ **B** $R\left(\dfrac{4}{5},\dfrac{11}{5}\right)$ **C** $R\left(-\dfrac{4}{5},\dfrac{11}{5}\right)$

8. Az $\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{18}=1$ ellipszis $P_0(4,3)$ pontjához illesztett érintő egyenlete:
A $3x+4y=24$ **B** $3x-4y=24$ **C** $-3x+4y=24$

9. Legyen a négyoldalú gúla minden éle a. Hány százalékát adja a gúla térfogata egy olyan kocka térfogatának, amelynek élei szintén a hosszúságúak?
A kevesebb mint 20% **B** od 20% és 30% között **C** több mint 30%

10. A mértani sorozat utolsó tagja 128, az utolsó előtti 64, az összes többi megelőző tag összege 63. Melyik sorozatról van szó és hány tagja van?

Sorolja fel az összes kérdéses tagot: ______________________________

A feladatok mindegyike 6 ponttal értékelhető!
Jó munkát kívánunk!

Viša tehnička škola **08.09.2004.**
S u b o t i c a

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL
<u>REŠENJA – MEGOLDÁSOK</u>

1. $\mathbf{U} \cdot \mathbf{V} = \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{4-3} = 1$ **B**

2. Jednačina je identitet za $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$. Za $x \in \{-1, 0, 1\}$ izraz nema smisla. **C**

3. $0{,}5^{2x-2} \cdot 2^{x^2} = 32 \Rightarrow 2^{-(2x-2)+x^2} = 2^5 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -3$. **C**

4. $1 + \log 2x - \log(1-3x) = 0 \Rightarrow \log\dfrac{10 \cdot 2x}{1-3x} = 0 \Rightarrow \dfrac{20x}{1-3x} = 1 \Rightarrow 20x = 1 - 3x \Rightarrow x = \dfrac{1}{23}$ **C**

5. $\sin\alpha + \cos\alpha = 1{,}2 \uparrow^2 \Rightarrow \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = 1{,}44 \Rightarrow \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 0{,}22$. **B**

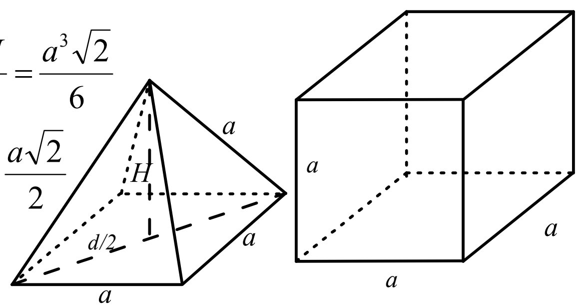
6. $\sin 2x - \cos x = 0 \Rightarrow 2\sin x\cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(2\sin x - 1) = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow \cos x = 0 \vee \sin x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x_1 = \dfrac{\pi}{2},\ x_2 = \dfrac{\pi}{6},\ x_3 = \dfrac{5\pi}{6}$ **C**

7. $x_R = \dfrac{3x_A + 2x_B}{3+2} = -\dfrac{4}{5},\quad y_R = \dfrac{3y_A + 2y_B}{3+2} = \dfrac{11}{5}$. **C**

8. $\dfrac{x \cdot x_0}{32} + \dfrac{y \cdot y_0}{18} = 1 \Rightarrow \dfrac{4x}{32} + \dfrac{3y}{18} = 1 \Rightarrow 3x + 4y = 24$. **A**

9. $V_1 = \dfrac{B \cdot H}{3} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **B**

$H = \dfrac{d}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$



$V_2 = a^3$

$\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\sqrt{2}}{6} \approx 0{,}2357...$

10. $q = \dfrac{a_n}{a_{n-1}} = \dfrac{128}{64} = 2,\ S_{n-2} = a_1\dfrac{q^{n-2}-1}{q-1} \Rightarrow 63 = a_1\dfrac{2^{n-2}-1}{2-1} \Rightarrow a_1 \cdot 2^{n-2} = 64 \Rightarrow n = 8,\ a_1 = 1$

<u>1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128</u>

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 01.07.2005.	SZABADKAI MŰSZAKI FŐISKOLA 2005.07.01.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Zaokružiti slovo **a), b)** ili **c)** ispred odgovora kojeg smatrate ispravnim. Od ponudjena tri odgovora SAMO JE JEDAN TAČAN! Tačno zaokružen odgovor vredi 6 bodova, netačan odgovor i bez odgovora 0 bodova.	Karikázza be az **a), b)** vagy a **c)** betűt, amely a véleménye szerint a helyes választ jelöli. CSAK EGY HELYES VÁLASZ VAN! A pontos válasz 6 pontot ér, a téves válaszra és válasz nélküli kérdésre 0 pont jár.

Prezime i ime kandidata
A jelölt családneve és neve:

Konkursni broj:
Jelentkezési szám:

Σ

1.

Skraćeni oblik datog izraza je:

Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:

$$\frac{\frac{x^2}{5}-5a^2}{\frac{x}{5}-a}$$

a) $x-5a$;	**b)** $x+5a$;	**c)** $\frac{x+5a}{25}$.

2.

Broj realnih rešenja date jednačine je:

Az adott egyenlet valós gyökeinek száma:

$$\frac{x}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{18}{5}$$

a) 0;	**b)** 2;	**c)** 4.

3.

Kojem kvadrantu pripadaju tačke čije su koordinate date rešenjima sistema jednačina:

Melyik síknegyedhez tartoznak a pontok, amelyek koordinátái az egyenletrendszer megoldásai?

$$3^x+3^y=36$$
$$x+y=5$$

a) III;	**b)** II;	**c)** I.

4.

Rešenja date logaritamske jednačine su:

A logaritmusos egyenlet megoldásai:

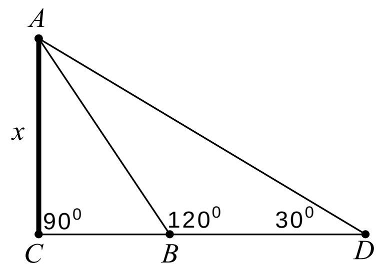
$$\log x+\frac{1}{4}\log_x 10=\frac{5}{4}$$

a) $\{\sqrt{10},10\}$;	**b)** $\{\sqrt[3]{10},10\}$;	**c)** $\{\sqrt[4]{10},10\}$.

5.

Neka je na datoj slici $BD = \sqrt{3}$.
Kolika je dužina stranice $AC = x$?

Legyen az adott ábrán $BD = \sqrt{3}$.
Mekkoraaz $AC = x$ oldal hosszúsága?



a) $x = \frac{1}{4}$;	**b)** $x = \frac{3}{2}$;	**c)** $x = \frac{5}{4}$.	

6.

Skup rešenja date trigonometrijske jednačine koja pripadaju intervalu $[0, \pi]$ je:

Az adott trigonometrikus egyenlet $[0, \pi]$ intervallumhoz tartozó gyökeinek halmaza:

$$\sin x + \cos x = 0$$

a) $\left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$;	**b)** $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}\right\}$;	**c)** $\varnothing$	

7.

Za tačku A simetrična slika u odnosu na datu pravu je tačka:

Az A pont tükrözésével az adott egyenesre nézve az alábbi pontot kapjuk:

$$A(1; 4), \quad x - y + 2 = 0$$

a) $A'(4; 1)$;	**b)** $A'(3; 2)$;	**c)** $A'(2; 3)$	

8.

Broj zajedničkih tačaka elipse i kružnice je:

Az ellipszis és a kör közös pontjainak száma:

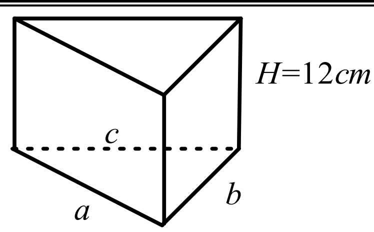
$$9x^2 + 4y^2 = 36$$
$$x^2 + y^2 = 16$$

a) 0;	**b)** 2;	**c)** 4.	

9.

Data je trostrana prizma na slici sa bočnim. stranama čije su površine $72 cm^2$, $96 cm^2$, $48 cm^2$. Zapremina prizme je:

A háromoldalú hasáb oldallapjainak területei sorban: $72 cm^2$, $96 cm^2$, $48 cm^2$. A hasáb térfogata:



a) $32\sqrt{15}\ cm^3$;	**b)** $34\sqrt{15}\ cm^3$;	**c)** $36\sqrt{15}\ cm^3$.	

10.

Količnik geometrijskog niza, čiji je prvi član 1, a šesti član 1024 jeste broj:

A mértani sorozat első tagja 1, a hatodik pedig 1024. A sorozat hányadosa:

$$a_1 = 1, \quad a_6 = 1024, \quad q = ?$$

a) $q = 6$;	**b)** $q = 4$;	**c)** $q = 2$;	

REŠENJA – MEGOLDÁSOK

1. $$\frac{\frac{x^2}{5}-5a^2}{\frac{x}{5}-a}=\frac{\frac{x^2-25a^2}{5}}{\frac{x-5a}{5}}=\frac{(x-5a)(x+5a)}{x-5a}=x+5a.$$ **b)**

2. $\frac{x}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{18}{5}$ nakon množrnja jednačine sa $5(x–2)(x+2)$, pri čemu je $x\neq\pm2$

$\Rightarrow\ 5x(x-2)+5x(x+2)=18(x-2)(x+2)\ \Rightarrow\ 10x^2=18x^2-72\ \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2=9\ \Rightarrow\ x_1=3,\ x_2=-3.$ Prema tome postoje dva rešenja.. **b)**

3. Rešenja su (2,3) i (3,2). Obe tačke pripadaju I kvadrantu. **c)**

4. Iskoristimo identičnost: $\log_x 10=\frac{1}{\log x}$. Dobija se kvadratna jednačina po log x.

$4\log^2 x - 5\log x + 1 = 0$. Rešnja su: $\log x = 1$, $\log x = \frac{1}{4}$. To znači: $x_1=10$, $x_2=\sqrt[4]{10}$. **c)**

5. Trougao ABD je jednakokraki (pošto je i ugao $\angle BAD = 30^0$), sledi $BD = AB = \sqrt{3}$.

Otuda je $x=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$. **b)**

6. Prostom proverom se uočava da je jednačina istinita u datom intervalu jedino za $\frac{3\pi}{4}$. **a)**

7. Jednačina normale kroz tačku A na datu pravu je: $y – 4 = –1(x – 1)$, odnosno: $x + y – 5 = 0$.
Presek date prave i dobijene normale je rešenje sistema jednačina:

$$x + y - 5 = 0,$$
$$x - y + 2 = 0.$$

Taj presek je tačka $S\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$. Ova tačka je sredina duži, čija druga krajnja tačka jeste simetrična slika tačke $A(1; 4)$ u odnosu na datu pravu. Koristimo poznate formule za izračunavanje koordinata središta duži. Ako je $A'(x_1; y_1)$, tada se dobija:

$\frac{1+x_1}{2}=\frac{3}{2}\ \Rightarrow\ x_1=2$ i $\frac{4+y_1}{2}=\frac{7}{2}\ \Rightarrow\ y_1=3$, to jest: $A'(2; 3)$. **c)**

8. Poluose elipse su $a = 2$ i $b = 3$, dok poluprečnik kružnice je $r = 4$. Obe linije su sa centrom u koordinatnom početku, prema tome elipsa se cela nalazi u krugu koji je oivičen datom kružnicom. Prema tome, linije nemaju zajedničkih tačaka. **a)**

9. Pretpostavimo, da je $aH = 72\text{cm}^2$, $bH = 96\text{cm}^2$, $cH = 48\text{cm}^2$. Pošto je $H = 12$cm, sledi: $a = 6$cm, $b = 8$cm, $c = 4$cm. Heronovim obrascem se izračuna površina baze $B = \sqrt{135}\ \text{cm}^2$, ili $B = 3\sqrt{15}\ \text{cm}^2$. Otuda je zapremina prizme $V = BH = 12\cdot 3\sqrt{15} = 36\sqrt{15}$. **c)**

10. Pošto je $a_6=a_1q^5\ \Rightarrow\ 1024=1\cdot q^5\ \Rightarrow\ q=4$. **b)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	b	c	c	b	a	c	a	c	b

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 06.09.2005.	SZABADKAI MŰSZAKI FŐISKOLA 2005.09.06.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Zaokružiti slovo **a), b)** ili **c)** ispred odgovora kojeg smatrate ispravnim. Od ponudjena tri odgovora SAMO JE JEDAN TAČAN! Tačno zaokružen odgovor vredi 6 bodova, netačan odgovor i bez odgovora 0 bodova.	Karikázza be az **a), b)** vagy a **c)** betűt, amely a véleménye szerint a helyes választ jelöli. CSAK EGY HELYES VÁLASZ VAN! A pontos válasz 6 pontot ér, a téves válaszra és válasz nélküli kérdésre 0 pont jár.
Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1. Skraćeni oblik datog izraza je:

Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:

$$\left(\frac{x+2}{x+1}-\frac{1}{x+3}\right):\left(\frac{1}{x+1}+\frac{x+2}{x+3}\right)$$

a) 1;	**b)** 0;	**c)** x.	

2. Broj realnih rešenja date jednačine je:

Az adott egyenlet valós gyökeinek száma:

$$\sqrt{x+5}-\sqrt{x}=1$$

a) 0;	**b)** 1;	**c)** 4.	

3. Kojem kvadrantu pripadaju tačke čije su koordinate date rešenjima sistema jednačina:

Melyik síknegyedhez tartoznak a pontok, amelyek koordinátái az egyenletrendszer megoldásai?

$$5^x+5^y=\frac{6}{25}$$
$$x+y=-3$$

a) III;	**b)** II;	**c)** I.	

4. Rešenje date logaritamske jednačine je:

A logaritmusos egyenlet megoldása:

$$\log_2^2 x+2\log_2\sqrt{x}-2=0$$

a) $\left\{2, \frac{1}{4}\right\}$;	**b)** $\{1, -2\}$;	**c)** $\{2, 4\}$.	

5.	Koliki je zbir vrednosti ostalih trigonometrijskih funkcija ugla α?. Mekkora az α szög többi trigonometriai függvényének összege?	$\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ $\sin\alpha + \cos\alpha + \operatorname{tg}\alpha = ?$

a) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}$;	**b)** $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}$;	**c)** $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}$.	

6.	Najmanje pozitivno rešenja date trigonometrijske jednačine je: Az adott trigonometriai egyenlet legkisebb pozitív gyöke:	$2\sin x \cos x - \cos x = 0$

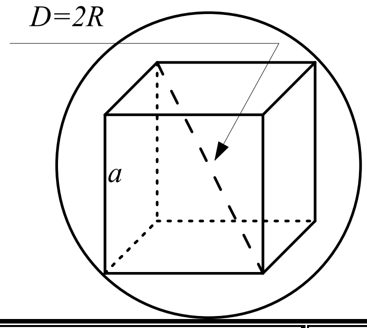
a) $\frac{\pi}{2}$;	**b)** $\frac{\pi}{6}$;	**c)** $\frac{\pi}{3}$.	

7.	Površina trougla određenog pravama p i q i osom Ox je: A p és q egyenesekkel valamint az Ox tengely által körühatárolt háromszög területe:	p: $3x - y + 4 = 0$ q: $x + y - 4 = 0$

a) 6;	**b)** 12;	**c)** 8.	

8.	Broj zajedničkih tačaka elipse i kružnice je: Az ellipszis és a kör közös pontjainak száma:	$9x^2 + 4y^2 = 36$ $4x^2 + 4y^2 = 25$

a) 0;	**b)** 2;	**c)** 4.	

9.	Zapremina kocke je $V_1 = 24\sqrt{3}\ \text{cm}^3$. Površina lopte opisane oko te kocke je: A kocka térfogata $V_1 = 24\sqrt{3}\ \text{cm}^3$. A kocka köré írt gömb felszíne:	

a) $48\pi\text{cm}^2$;	**b)** $36\pi\text{cm}^2$;	**c)** $24\pi\text{cm}^2$.	

10.	Zbir svih neparnih prirodnih brojeva manjih od 1000 je: Az 1000-nél kisebb páratlan természetes számok összege:	$1 + 3 + 5 + ... + 999 = ?$

a) 250000;	**b)** 500000;	**c)** 1000;	

REŠENJA – MEGOLDÁSOK

1. $\left(\frac{x+2}{x+1}-\frac{1}{x+3}\right):\left(\frac{1}{x+1}+\frac{x+2}{x+3}\right)=\frac{(x+2)(x+3)-(x+1)}{(x+1)(x+3)}:\frac{(x+3)+(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+3)}=$

$=\frac{x^2+5x+6-x-1}{x+3+x^2+x+2x+2}=\frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+5}=1.$ **a)**

2. $\sqrt{x+5}-\sqrt{x}=1 \quad\Rightarrow\quad \sqrt{x+5}=1+\sqrt{x}\ \ (\ )^2 \quad\Rightarrow\quad x+5=1+2\sqrt{x}+x \quad\Rightarrow$

$2\sqrt{x}=4 \quad\Rightarrow\quad \sqrt{x}=2 \quad\Rightarrow\quad x=4.$ To je jedino rešenje, drugo rešenje ne postoji. **b)**

3. Rešenja su (–1,–2) i (–2,–1). Obe tačke pripadaju III kvadrantu. **a)**

4. To je kvadratna jednačina po $\log_2 x$: $\log_2^2 x+\log_2 x-2=0$.

Rešnja su: $\log x_2=1$, $\log_2 x=-2$. To znači: $x_1=2$, $x_2=\frac{1}{4}$. **a)**

5. Za ugao $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ je: $\cot\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3},\ \tan\alpha=-\sqrt{3}, \cos\alpha=\frac{1}{2},\ \sin\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}.$ **c)**

6. Prostom proverom se uočava da je najanji pozitivan koren $\frac{\pi}{6}$. **b)**

7. Prave se seku na osi Oy u tački (0, 3). Prava p seče osu Ox u tački $\left(-\frac{4}{3},0\right)$, dok prava q seče osu Ox u tački (4, 0): Sledi: imamo trougao čija je osnovica $a=4+\frac{4}{3}=\frac{16}{3}$, a visina $h=3$. Otuda površina trougla je $p_\Delta=\frac{a\cdot h}{2}=8.$ **c)**

8. Poluose elipse su $a=2$ i $b=3$, dok poluprečnik kružnice je $r=4$. Obe linije su sa centrom u koordinatnom početku, prema tome elipsa se cela nalazi u krugu koji je oivičen datom kružnicom. Prema tome, linije nemaju zajedničkih tačaka. **a)**

9. Pošto je $a=\sqrt[3]{V_1}=\sqrt[3]{24\sqrt{3}}$, D=a$\sqrt{3}=\sqrt{3}\sqrt[3]{24\sqrt{3}}=\sqrt{27\cdot 24^2\cdot 3}=\sqrt[6]{3^6\cdot 2^6}=3\cdot 2=6$, sledi $R=3$cm. Površina lopte je $P_l=4r^2\pi=36\pi\text{cm}^2$. **b)**

10. Uočiti, da je to aritmetička progresija sa $a_1=1$, $a_n=999$, gde je $n=500$. Zbir prvih 500 neparnih prirodnih brojeva je

$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)\Rightarrow S_{500}=\frac{500}{2}(1+999)=250\cdot 1000=250000.$ **a)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	b	a	a	c	b	c	a	b	a

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 30.06.2006.	SZABADKAI MŰSZAKI FŐISKOLA 2006.06.30.
KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL	
Zaokružiti slovo **a), b)** ili **c)** ispred odgovora kojeg smatrate ispravnim. Od ponudjena tri odgovora SAMO JE JEDAN TAČAN! Tačno zaokružen odgovor vredi 6 bodova, netačan odgovor i bez odgovora 0 bodova.	Karikázza be az **a), b)** vagy a **c)** betűt, amely a véleménye szerint a helyes választ jelöli. CSAK EGY HELYES VÁLASZ VAN! A pontos válasz 6 pontot ér, a téves válaszra és válasz nélküli kérdésre 0 pont jár.
Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1.	Skraćeni oblik datog izraza je: Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:		$\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right):\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=$	
	a) $x-2y$;	**b)** $x-y$;	**c)** $2x+y$.	

2.	Zbir svih realnih rešenja date jednačine je: Az adott egyenlet valós gyökeinek összege:		$x^6-7x^3-8=0$	
	a) 1;	**b)** −1;	**c)** 0.	

3.	Rešenja date eksponencijalne jednačine pripadaju intervalu: Az adott exponenciális egyenlet megoldásai a következő intervallumhoz tartoznak:		$13^x=12^{x-1}+12^x$	
	a) $(-5, 1)$;	**b)** $[-5, 1)$;	**c)** $(-5, 1]$.	

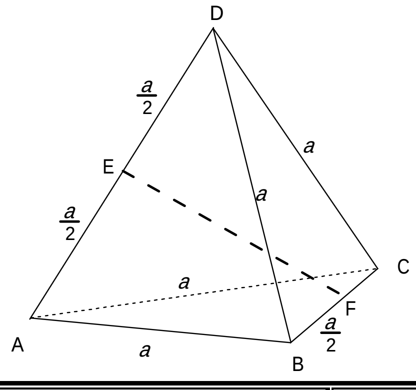
4.	Ako je *a* rešenje date logaritamske jednačine, tada je zadovoljen uslov: Ha *x* a logaritmusos egyenlet megoldása, akkor teljesül a következő feltétel:		$\log_5(3x+8)+\log_5 x=\log_5 203$	
	a) $x\in\left\{-9\frac{2}{3},-7\right\}$;	**b)** $x^2=49$;	**c)** $x=0$.	

5.	Data trigonometrijska jednakost je: a) istinita; b) neistinita; c) ne znam. Az adott trigonometrikus egyenlőség: a) igaz; b) hamis; c) nem tudom.	$\sin 45^\circ = \sin 75^\circ - \sin 15^\circ$
a) T	**b)** ⊥	**c)** **x**

6.	Broj rešenja date trigonometrijske jednačine u intervalu $[0, \pi]$ je: Az adott trigonometriai egyenlet gyökeinek száma a $[0, \pi]$ intervallumban:	$\cos x - 5 = \sin^2 x$.
a) 1;	**b)** 5;	**c)** 0.

7.	Date su koordinate temena trougla *ABC*. Koordinate težišne tačke *T* datog trougla su: Adottak az *ABC* háromszög csúcspontjai. A háromszög *T* súlypontjának koordinátái:	$A(5; 5)$, $B(-2; 6)$, $C(-4; 2)$.
a) $T\left(-\frac{1}{3}; \frac{13}{3}\right)$;	**b)** $T\left(\frac{1}{3}; \frac{13}{3}\right)$;	**c)** $T\left(-\frac{1}{3}; \frac{13}{2}\right)$.

8.	Koordinate tačke *C*, centra date kružnice su: Az adott kör *C* középpontjának koordinátái:	$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 10 = 0$.
a) $C(-3, -2)$;	**b)** $C(3, -2)$;	**c)** $C(-3, 2)$.

9.	Neka je dužina ivice pravilnog tetraedra $a = \sqrt{2}$, a duž *EF* spaja sredine dveju nesusednih ivica. Dužina *EF* je: A szabályos tetraéder élhossza. $a = \sqrt{2}$, az *EF* szakasz a szemközti (nemszomszédos) élek felezőpontjait köti össze. *EF* hosszúsága:	
a) $EF = 1$;	**b)** $EF = \sqrt{2}$;	**c)** $EF = \sqrt{3}$.

10.	Vrednost datog izraza je: Az adott kifejezés értéke:	$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2.......}}}} =$
a) **0**;	**b)** **2**;	**c)** **4**;

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 30.06.2006.	SZABADKAI MŰSZAKI FŐISKOLA 2006.06.30.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

REŠENJA – MEGOLDÁSOK

1. $\left(\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}\right):\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=\dfrac{x^2-y^2}{xy}:\dfrac{y+x}{xy}=\dfrac{(x-y)(x+y)}{xy}\cdot\dfrac{xy}{x+y}=x-y$ **b)**

2. $x^6-7x^3-8=0,\quad x^3=t\ \Rightarrow\ t^2-7t-8=0\ \Rightarrow t_1=8,\ t_2=-1\ \Rightarrow\ x_1=\sqrt[3]{8}=2,\ x_2=\sqrt[3]{-1}=-1$.
Pri korenovnaju su uzeti u obzir samo realni koreni. Zato, odgovor na postavljeno pitanje je:
$x_1+x_2=2+(-1)=1$. **a)**

3. $13^x=12^{x-1}+12^x$. Ako podelimo jednačinu sa 12^x imamo: $\dfrac{13^x}{12^x}=12^{-1}+1=\dfrac{1}{12}+12=\dfrac{13}{12}$.
Iz te jednačine neposredno sledi: $x = 1$, tojest: $x\in(-5,\ 1]$. **c)**

4. $\log_5(3x+8)+\log_5 x=\log_5 203\ \ \Rightarrow\ \log_5 x(3x+8)=\log_5 203\ \Rightarrow\ 3x^2+8x=203$.
Rešenja kvadratne jednačine $3x^2+8x-203=0$ su : $x_{1/2}=\dfrac{-8\pm\sqrt{64-12\cdot(-203)}}{6}=\begin{cases}7\\ -9\dfrac{2}{3}\end{cases}$.
Očevidno, polaznu jednačinu zadovoljava samo $x = 7$, jer za negativne brojeve logaritam nije definisan. **b)**

5. $\sin 45^\circ=\sin 75^\circ-\sin 15^\circ$. Pošto je $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$,
za $\alpha=75^\circ$ i $\beta=15^\circ$ jednakost je istinita, jer je:
$$\sin 75^\circ-\sin 15^\circ=2\cos\frac{75^\circ+15^\circ}{2}\sin\frac{75^\circ-15^\circ}{2}=$$
$$=2\cos 45^\circ\sin 30^\circ=2\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin 45^\circ$$
a)

6. $\cos x-5=\sin^2 x$. Iz date jednačine sledi, da bi trebalo biti zadovoljen sledeći zahtev: $\cos x-\sin^2 x=5$. Očevidno, to nije moguće, jer je i $\sin^2 x$ i $\cos x$ uvek manji od 1, te njihova razlika ne može biti 5. Jednačina uopšte nema rešenja pa ni u intervalu $[0,\pi]$. **c)**

7. Koordinate težišta trougla su: $(x_T,y_T)=\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$. U datom slučaju su te koordinate: $T\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{13}{3}\right)$. **a)**

8. Jednačina $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 10 = 0$ se svodi na $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 3$. Otuda se zaključuje, da je centar date kružnice tačka $C(-3, 2)$. **c)**

9. Pošto je ta duž normalna na te ivice, njenu dužinu računamo pomoću Pitagorine teoreme iz trougla AFE. Prav ugao je kod tačke E, prema tome $EF^2 = AF^2 - AE^2$. S obzirom na to, da je AF visina jednakostraničnog trougla, AE je pak polovina ivice, imamo:

$$EF^2 = \left(\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{6}{4} - \frac{2}{4} = 1.$$ **a)**

10. <u>1. način:</u> $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2.......}}}} = x$. Nakon kvadriranja imamo $2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2.......}}}} = x^2$, to jest $2x = x^2$, odnosno $x = 2$.

<u>2. način:</u> $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2.......}}}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} .... = 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...}$. U izložiocu imamo zbir beskonačnog geometrijskog reda: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1$, pa je rezultat i ovako 2. **b)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	a	c	b	a	c	a	c	a	b

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 07.09.2006.	SZABADKAI MŰSZAKI FŐISKOLA 2006.09.07.

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Zaokružiti slovo **a), b)** ili **c)** ispred odgovora kojeg smatrate ispravnim. Od ponudjena tri odgovora SAMO JE JEDAN TAČAN! Tačno zaokružen odgovor vredi 6 bodova, netačan odgovor i bez odgovora 0 bodova.	Karikázza be az **a), b)** vagy a **c)** betűt, amely a véleménye szerint a helyes választ jelöli. CSAK EGY HELYES VÁLASZ VAN! A pontos válasz 6 pontot ér, a téves válaszra és válasz nélküli kérdésre 0 pont jár.

Prezime i ime kandidata
A jelölt családneve és neve:

Konkursni broj:
Jelentkezési szám:

Σ

1.

Za date izraze A i B važi tvrđenje:

Az adott A és B kifejezésekre fennáll:

$$A=\sqrt{21}+\sqrt{24},$$
$$B=\sqrt{22}+\sqrt{23}.$$

a) $A<B$; **b)** $A>B$; **c)** $A=B$.

2.

Ako su x_1 i x_2 koreni date jednačine, tada je:

Ha x_1 és x_2 az adott egyenlet gyökei, akkor:

$$6x^2-5x+1=0$$

a) $x_1+x_2=\frac{1}{6}$; **b)** $x_1+x_2=-\frac{5}{6}$; **c)** $x_1+x_2=\frac{5}{6}$.

3.

Rešenje date eksponencijalne jednačine pripada intervalu:

Az adott exponenciális egyenlet megoldása a következő intervallumhoz tartozik:

$$5^x=5^{x-1}+4^x+4^{x-1}$$

a) (2, 3); **b)** [2, 3); **c)** (2, 3].

4.

Ako je uređeni par (x, y) rešenje datog sistema jednačina, tada je zadovoljen uslov:

Ha az (x, y) számpár az egyenletrendszer megoldása, akkor teljesül a következő feltétel:

$$x-y=90$$
$$\log x+\log y=3$$

a) $x+y=101$; **b)** $x+y=110$; **c)** $x+y=111$.

5.

Vrednost datog izraza je:
(Bez upotrebe pomoćnih sredstava)

Az adott kifejezés értéke:
(Segédeszközök használata nélkül)

$$\cos 105^\circ + \cos 75^\circ =$$

a) 0 ;	**b)** 1 ;	**c)** 0,5 .	

6.

Broj rešenja date trigonometrijske jednačine u razmaku [0, 2π] je:

Az adott trigonometriai egyenlet gyökeinek száma a [0, 2π] intervallumban:

$$2 - \cos^2 x + 2\sin x = 0 .$$

a) 1;	**b)** 2;	**c)** 3.	

7.

Date su koordinate temena trougla *ABC*. Dužina težišne duži koja ishodi iz tačke *A* je:

Adottak az *ABC* háromszög csúcspontjai.
Az A pontból kiinduló súlyvonal hossza:

$$A(5;\,5),\ B(-2;\,6),\ C(-4;\,2).$$

a) $t_a = \sqrt{64}$;	**b)** $t_a = \sqrt{65}$;	**c)** $t_a = \sqrt{66}$.	

8.

Prečnik date kružnice je:

Az adott kör átmérőjének hossza:

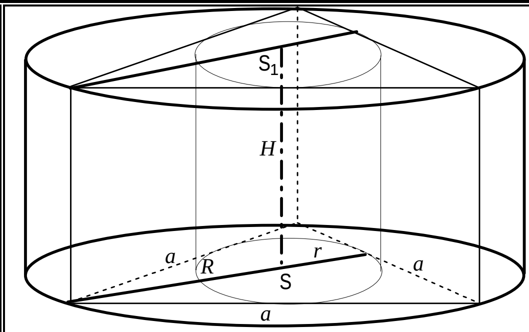
$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 10 = 0 .$$

a) $\sqrt{10}$;	**b)** $\sqrt{11}$;	**c)** $\sqrt{12}$.	

9.

Oko pravilne trostrane prizme osnovne ivice *a* i visine *H* opisan i u nju i upisan valjak. Odnos zapremina tih valjaka je:

A szabályos háromoldalú hasáb alapéle *a*, magassága *H*. A hasáb köré és a hasábba beírt hengerek térfogatainak aránya:



a) $V_1 : V_2 = 1 : 3$;	**b)** $V_1 : V_2 = 1 : \pi$;	**c)** $V_1 : V_2 = 1 : 4$.	

10.

Dat je četvrti i dvanaesti član aritmetičkog niza. Zbir prvih 40 članova tog niza je:

Adott a számtani sorozat 4. és 12. tagja. A sorozat első 40 tagjának összege:

$$a_4 = 7,\ \ a_{12} = 3,\ \ S_{40} = ?$$

a) 50 ;	**b)** 500 ;	**c)** –50.	

VIŠA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 07.09.2006.	SZABADKAI MŰSZAKI FŐISKOLA 2006.09.07.
KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL	

REŠENJA – MEGOLDÁSOK

1. $\begin{array}{l} A=\sqrt{21}+\sqrt{24}, \\ B=\sqrt{22}+\sqrt{23}. \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} A^2=21+2\cdot\sqrt{21\cdot 24}+24=45+2\cdot\sqrt{504}, \\ B^2=22+2\cdot\sqrt{22\cdot 23}+23=45+2\cdot\sqrt{506}. \end{array} \Rightarrow A^2<B^2 \Rightarrow A<B$ **a)**

2. Po Vijetovom pravilu za korene kvadratne jednačine $ax^2+bx+c=0$ važi: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$.

U slučaju jednačine $6x^2-5x+1=0$ $x_1+x_2=\frac{5}{6}$. **c)**

3. $5^x=5^{x-1}+4^x+4^{x-1} \Rightarrow 5^x\left(1-\frac{1}{5}\right)=4^x\left(1+\frac{1}{4}\right) \Rightarrow \frac{5^x}{4^x}=\frac{25}{16} \Rightarrow x=2\in[2,3)$. **b)**

4. $\begin{array}{l} x-y=90 \\ \log x+\log y=3 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x=90+y \\ xy=1000 \end{array} \Rightarrow y^2+90y-1000=0 \Rightarrow y_1=10,\ y_2=-100.$

Negativno rešenje jednačine (zbog logaritma) se ne prihvata, pa je $x=100$, $y=10$, odnosno $x+y=110$. **b)**

5. Pošto je $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, za $\alpha=105^\circ$ i $\beta=75^\circ$ imamo:

$\cos 105^\circ+\cos 75^\circ=2\cos\frac{105^\circ+75^\circ}{2}\cos\frac{105^\circ-75^\circ}{2}=2\cos 90^\circ\cos 15^\circ=0$. **a)**

6. $2-\cos^2 x+2\sin x=0 \Rightarrow \sin^2 x+2\sin x+1=0 \Rightarrow (\sin x+1)^2=0$, tojest $\sin x=-1$.

U datom intervalu jednačina je zadovoljena <u>samo</u> za $x=\frac{3\pi}{2}$. Broj rešenja 1. **a)**

7. Koordinate sredine duži BC su: $A_1(-3, 4)$. Duž $t=AA_1=$ $t_a=\sqrt{65}$. **b)**

8. Jednačina $x^2+y^2+6x-4y+10=0$ se svodi na $(x+3)^2+(y-2)^2=3$.
Poluprečnik date kružnice je $\sqrt{3}$, dok je prečnik $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$. **c)**

9. Pošto je odnos poluprečnika osnove ovih valjaka je $r:R = 1:2$, sledi: odnos površina baznih krugova $B_1 : B_2 = 1 : 4$. Pošto su visine jednake, zato je i $V_1 : V_2 = 1 : 4$ **c)**

10. Na osnovu datih brojeva imamo sistem jednačina:
$a_1+3d = 7$ i $a_1+11d = 3$. Iz toga se izračunava $d=-\frac{1}{2}$, $a_1=\frac{17}{2}$, $S_{40}=-50$. **c)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	b	b	a	a	b	c	c	c

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 02.07.2007.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2007.07.02.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE	**FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL**
Zaokružiti slovo **a), b)** ili **c)** ispred odgovora kojeg smatrate ispravnim. Od ponudjena tri odgovora SAMO JE JEDAN TAČAN! Tačno zaokružen odgovor vredi 6 bodova, netačan odgovor i bez odgovora 0 bodova.	Karikázza be az **a), b)** vagy a **c)** betűt, amely a véleménye szerint a helyes választ jelöli. CSAK EGY HELYES VÁLASZ VAN! A pontos válasz 6 pontot ér, a téves válaszra és válasz nélküli kérdésre 0 pont jár.
Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1.	Skraćeni oblik datog izraza je (uslov): A kifejezés egyszerűsített alakja (feltétel):	$\dfrac{a-a^2}{5-5a}$	
a) $\dfrac{a}{5},\quad a\neq 1$	**b)** $\dfrac{a}{5},\quad a\neq 5$	**c)** $\dfrac{a}{5},\quad a\neq 0$	

2.	Realno rešenje date jednačine: Az adott egyenlet valós megoldása:	$\sqrt{x-3}-\sqrt{2-x}=2$	
a) ≥ 3	**b)** ≤ 2	**c)** ne postoji – *nem létezik.*	

3.	Rešenja date kvadratne jednačine su realni brojevi, ako parametar *a* ima vrednost: Az adott másodfokú egyenlet gyökei valós számok, ha az a paraméterre igaz hogy:	$ax^2+4x+a=0$	
a) $a<\lvert 2\rvert$	**b)** $a\leq\lvert 2\rvert$	**c)** $a>\lvert 2\rvert$	

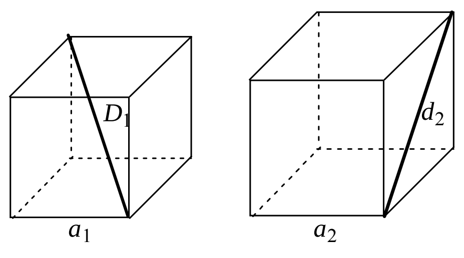
4.	Proizvod korena date eksponencijalne jednačine je: Az adott exponenciális egyenlet gyökeinek szorzata:	$3(3^x+3^{-x})=10$	
a) -1	**b)** 0	**c)** 1	

5.	Vrednost datog logaritamskog izraza je: Az adott logaritmusos kifejezés értéke:	$\log_{2007}\left(2007\cdot\sqrt[7]{2007}\right)$	
a) $\frac{1}{7}$	**b)** $\frac{8}{7}$	**c)** 7	

6.	Ako je $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ i $0<\beta<\frac{\pi}{2}$ i važe dati uslovi, vrednost $\sin(\alpha+\beta)$ je: Ha $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ és $0<\beta<\frac{\pi}{2}$ akkor az adott feltételekkel $\sin(\alpha+\beta)$ értéke:	$\sin\alpha=\frac{1}{2},\quad \cos\beta=\frac{3}{5}$	
a) $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$	**b)** $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$	**c)** $\frac{-3-4\sqrt{3}}{10}$	

7.	Koliko rešenja ima data trigonometrijska jednačina u razmaku $[0,\pi]$: Az adott trigonometrikus egyenlet $[0,\pi]$ intervallumhoz tartozó megoldásainak száma:	$2\sin^2 x+3\sin x+1=0$	
a) 1	**b)** 2	**c)** 0	

8.	Dužina tetive kružnice, koja pripada datoj pravoj je: A kör húrjának a hossza, amely az adott egyeneshez tartozik:	$x^2+y^2=16$ $x+y-4=0$	
a) 4	**b)** $4\sqrt{2}$	**c)** $4\sqrt{3}$	

9.	"Mala" kocka ima <u>telesnu</u> dijagonalu D_1 jednaku sa <u>bočnom</u> dijagonalom d_2 "velike" kocke. Odnos površine "male" kocke i "velike" kocke je $P_1:P_2=$ A "kissebb" kocka <u>testátlója</u> D_1 egyenlő a "nagyobb" kocka d_2 <u>oldalátlójával</u>. A "kis" kocka és a "nagy" kocka felszíneinek aránya: $P_1:P_2=$		
a) 3 : 2	**b)** 2 : 3	**c)** 2 : 2	

10.	Aritmetički niz, čiji članovi zadovoljavaju date jednačine je: Az adott egyenleteket kielégítő számtani sorozat tagjai:	$a_5+a_7+a_{11}=96$ $a_8-a_3=15$	
a) 12, 15, 18, ...	**b)** 3, 15, 27, ...	**c)** 12, 9, 6, ...	

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 07.09.2007.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2007.09.07.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE **FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL**	
Zaokružiti slovo **a), b)** ili **c)** ispred odgovora kojeg smatrate ispravnim. Od ponudjena tri odgovora SAMO JE JEDAN TAČAN! Tačno zaokružen odgovor vredi 6 bodova, netačan odgovor i bez odgovora 0 bodova.	Karikázza be az **a), b)** vagy a **c)** betűt, amely a véleménye szerint a helyes választ jelöli. CSAK EGY HELYES VÁLASZ VAN! A pontos válasz 6 pontot ér, a téves válaszra és válasz nélküli kérdésre 0 pont jár.
Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1.	Dati izraz nema smisla u slučaju, ako je $a =$ Az adott kifejezés nem értelmezett, ha $a =$	$$\frac{8a^3 + 24a^2}{a^2 - 9}$$	
a) 3	**b)** 1	**c)** 0	

2.	Za realno rešenje date jednačine važi: Az adott egyenlet valós megoldására teljesül:	$$8 - \sqrt{2 + x} = 20$$	
a) $x \in [-2, \infty)$	**b)** $x \in (-\infty, -2)$	**c)** $x \in \varnothing$.	

3.	Rešenja date kvadratne jednačine nisu realni brojevi, ako parametar a ima vrednost: Az adott másodfokú egyenlet gyökei nem valós számok, ha az a paraméterre igaz, hogy:	$$ax^2 + 2ax + 1 = 0$$	
a) $0 < a < 1$	**b)** $0 < a \le 1$	**c)** $0 \le a < 1$	

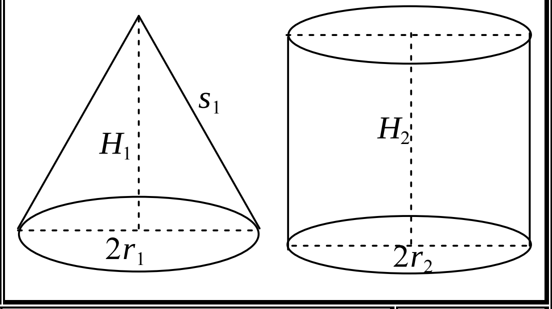
4.	Zbir korena date eksponencijalne jednačine je: Az adott exponenciális egyenlet gyökeinek összege:	$$2^x + 2^{2-x} = 5$$	
a) 2	**b)** -2	**c)** 0	

5.	Vrednost datog logaritamskog izraza je:	$\log_{2007}\left(2007^2 \cdot \sqrt[3]{2007}\right)$	
	Az adott logaritmusos kifejezés értéke:		
a) $\frac{2}{3}$	**b)** $\frac{7}{3}$	**c)** 2007	

6.	Ako važe dati uslovi, vrednost $\cos(\alpha - \beta)$ je:	$\sin\alpha = \frac{4}{5}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$	
	Az adott feltételekkel $\cos(\alpha - \beta)$ értéke:	$\cos\beta = -\frac{1}{2}, \left(\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}\right)$	
a) $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$	**b)** $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$	**c)** $\frac{-3-4\sqrt{3}}{10}$	

7.	Koliko rešenja ima data trigonometrijska jednačina u razmaku $[\pi, 2\pi]$:	$2\cos^2 x - 5\cos x - 3 = 0$	
	Az adott trigonometrikus egyenlet $[\pi, 2\pi]$ intervallumhoz tartozó megoldásainak száma:		
a) 2	**b)** 0	**c)** 1	

8.	Dužina tetive kružnice, koja pripada datoj pravoj je:	$x^2 + y^2 = 25$	
	A kör húrjának a hossza, amely az adott egyeneshez tartozik:	$x - y + 5 = 0$	
a) 5	**b)** $5\sqrt{2}$	**c)** $5\sqrt{3}$	

9.	Jednakostranična kupa ($s_1 = 2r_1$) i jednakostranični valjak ($H_2 = 2r_2$) imaju iste visine: $H_1 = H_2$. Odnos njihovih zapremina je $V_1 : V_2 =$		
	Az egyenlőoldalú kúpnak ($s_1 = 2r_1$), és az egyenlőoldalú hengernek ($H_2 = 2r_2$) megegyezik a magassága: $H_1 = H_2$. Térfogataik aránya $V_1 : V_2 =$		
a) 4 : 9	**b)** 9 : 4	**c)** 3 : 9	

10.	Aritmetički niz, čiji članovi zadovoljavaju date jednačine je:	$2a_4 + a_6 = 48$	
	Az adott egyenleteket kielégítő számtani sorozat tagjai:	$5a_5 - 7a_2 = 29$	
a) 5, 8, 11, ...	**b)** 3, 8, 13, ...	**c)** –5, –2, 1, ...	

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 02.07.2007.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2007.07.02.
KLASIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE MINŐSÍTŐ VIZSGA MATEMATIKÁBÓL	

REŠENJA – MEGOLDÁSOK

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	b	c	b	a	c	b	b	a

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 07.09.2007.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2007.09.07.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	a	a	b	a	c	b	a	a

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 01.07.2008.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2008.07.01.

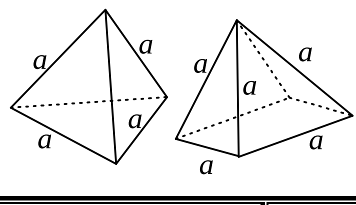
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE
FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Zaokružiti **jedno ili dva** od slova **a), b), c)** ili **d)** ispred onih odgovora koje smatrate ispravnim. Od ponudjena četiri odgovora UVEK SU TAČNA **DVA** ODGOVORA!	Karikázzon be **egy vagy két** betűt az **a), b), c)** és **d)** betűk közül, amelyek a véleménye szerint a helyes válaszokat jelölik. A felkínált lehetőségek között. MINDIG **KÉT** HELYES VÁLASZ VAN!
Ako zaokružite više od dva odgovora = minus 1 bod!	Ha több mint két betűt karikáz be = mínusz 1 pont!
Ako je zaokružen samo jedan ispravan odgovor, tada se vrednuje sa 3 boda.	Ha egyetlen választ karikázott be, és az jó, akkor 3 ponttal értékeljük.
Ako su zaokružena dva odgovora, od kojih je jedan ispravan, a dugi neispravan, vrednujemo sa 2 boda.	Ha két választ karikázott be, és az egyik jó, a másik rossz, akkor 2 ponttal értékeljük .
Ako su zaokružena tačno dva ispravna odgovora, vrednujemo sa 6 bodova.	Ha két választ karikázott be és mindkettő jó, akkor 6 pont a feladat értéke.
Ako su zaokruženi samo neispravni odgovori ili nema nijednog zaokruženog odgovora, dobijete 0 boda.	Ha csak téves választ (vagy válaszokat) karikázott be, illetve ha nics bekarikázott válasz, akkor 0 pont jár.
UKUPNI MOGUĆI BROJ BODOVA JE 60.	AZ ÖSSZESÍTETT PONTSZÁM 60 LEHET

Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ	

1.	Uprošćena vrednost datog izraza je: Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:		$\frac{a+5}{a-5}-\frac{a-5}{a+5}=$	
a) $\frac{20a}{a^2-25}$	**b)** $\frac{20}{a^2-25}$	**c)** $\frac{20a}{(a-5)(a+5)}$	**d)** $\frac{a}{(a-5)(a+5)}$	
2.	Uprošćena vrednost datog izraza je: Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:		$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}\cdot a^{-\frac{7}{8}}=$	
a) 1	**b)** a^1	**c)** 0	**d)** a^0	
3.	Ako su x_1 i x_2 rešenja date jednačine, tada važi: Ha x_1 és x_2 az adott egyenlet megoldásai , akkor fennáll:		$x^2=2(x-1)$	
a) $x_1+x_2=2$	**b)** $x_1-x_2=2i$	**c)** $x_1+x_2=-2i$	**d)** $x_1+x_2=-2$	

4.	Rešenje date jednačine nalazi se u skupu: Az egyenlet megoldása a következő halmazhoz tartozik:		$5^x+3\cdot 5^{x-2}=140$	
a) A={ 1, 2, 4}	**b)** B={ 2, 3, 4}	**c)** C={ 1, 3, 4}	**d)** D={ 2, 4, 5}	
5.	Ako je x_0 rešenje date logaritamske jednačine, tada važi: Ha a logaritmusos egyenlet megoldása x_0, akkor fennáll:		$\log_3\left(5+4\log_3(x-1)\right)=2$	
a) $x_0\in(2,5)$	**b)** $x_0\in(3,6)$	**c)** $x_0\in(4,7)$	**d)** $x_0\in(1,4)$	
6.	Bez kalkulatora izračunata vrednost izraza je: A kifejezés segédeszközök nélkül kiszámított értéke:		$\cos\frac{7\pi}{10}\cdot\cos\frac{\pi}{5}+\sin\frac{7\pi}{10}\cdot\sin\frac{\pi}{5}=$	
a) $\frac{1}{2}$	**b)** $\cos\frac{\pi}{2}$	**c)** 0	**d)** $\cos\frac{\pi}{3}$	
7.	Najmanje pozitivno rešenje x_0 trigonometrijske jednačine zadovoljava uslov : $x_0>\varphi$, ge je: Az adott trigonometriai egyenlet legkisebb pozitív gyökére x_0-ra teljesül: $x_0>\varphi$, ahol:		$2\sin 5x-1=0$	
a) $\varphi=\frac{41}{400}$	**b)** $\varphi=\frac{11}{100}$	**c)** $\varphi=\frac{21}{200}$	**d)** $\varphi=\frac{31}{300}$	
8.	Data je jednačina kružnice čiji je centar tačka C, a poluprečnik r. Važe sledeća tvrđenja: Adott a C középpontú és r sugarú kör egyenlete. Igazak a következő állítások:		$x^2+y^2-8x-10y+16=0$	
a) $r=4$	**b)** $C(4;5)$	**c)** $C(5;4)$	**d)** $r=5$	
9.	Date su: jednakoivična trostrana piramida i jednakoivična četvorostrana piramida, dužine ivica a. Neka su P_1 i P_2 površine, a V_1 i V_2 zapremine u datom redu. Važi: Az egyenlőélű háromoldalú gúla és az egyenlőélű négyoldalú gúla élei a hosszúságúak. A testek felszíne P_1 és P_2 térfogatuk pedig V_1 és V_2 az adott sorrendben.			
a) $V_1:V_2=2:3$	**b)** $V_1:V_2=1:2$	**c)** $P_2-P_1=a^2$	**d)** $P_2-P_1=a^3$	
10.	Zbir tri broja, koji čine geometrijsku progresiju je 12. Ako se drugom broju doda 18 dobija se aritmetički niz. Naći te brojeve, i utvrditi koje tvrđenje je istinito: A mértani sorozatot alkotó három szám összege 12. Ha a második számot 18-cal növeljük, akkor számtani sorozatot nyerünk. A kapott számokra igaz állítások:		a, b, c	
a) $a+b=19$	**b)** $a+c=20$	**c)** $a+b=20$	**d)** $a+2b+c=4$	

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 08.09.2008.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2008.09.08.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE	**FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL**
Zaokružiti **jedno ili dva** od slova **a), b), c)** ili **d)** ispred onih odgovora koje smatrate ispravnim. Od ponudjena četiri odgovora UVEK SU TAČNA **DVA** ODGOVORA!	Karikázzon be **egy vagy két** betűt az **a), b), c)** és **d)** betűk közül, amelyek a véleménye szerint a helyes válaszokat jelölik. A felkínált lehetőségek között. MINDIG **KÉT** HELYES VÁLASZ VAN!
Ako zaokružite više od dva odgovora = minus 1 bod!	Ha több mint két betűt karikáz be = mínusz 1 pont!
Ako je zaokružen samo jedan ispravan odgovor, tada se vrednuje sa 3 boda.	Ha egyetlen választ karikázott be, és az jó, akkor 3 ponttal értékeljük.
Ako su zaokružena dva odgovora, od kojih je jedan ispravan, a dugi neispravan, vrednujemo sa 2 boda.	Ha két választ karikázott be, és az egyik jó, a másik rossz, akkor 2 ponttal értékeljük .
Ako su zaokružena tačno dva ispravna odgovora, vrednujemo sa 6 bodova.	Ha két választ karikázott be és mindkettő jó, akkor 6 pont a feladat értéke.
Ako su zaokruženi samo neispravni odgovori ili nema nijednog zaokruženog odgovora, dobijete 0 boda.	Ha csak téves választ (vagy válaszokat) karikázott be, illetve ha nics bekarikázott válasz, akkor 0 pont jár.
UKUPNI MOGUĆI BROJ BODOVA JE 60.	AZ ÖSSZESÍTETT PONTSZÁM 60 LEHET

Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1.	Uprošćena vrednost datog izraza je: Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:		$\frac{x^3-x^2y}{y^3-xy^2}=$	
a) $-\frac{x^2}{y^2}$	**b)** $\left(-\frac{x}{y}\right)^2$	**c)** $-\left(\frac{x}{y}\right)^2$	**d)** $\left(\frac{x}{y}\right)^2$	
2.	Uprošćena vrednost datog izraza je: Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:		$\sqrt{a\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}=$	
a) $2\sqrt[6]{a^5}$	**b)** $2\sqrt[5]{a^6}$	**c)** $2a^{\frac{6}{5}}$	**d)** $2a^{\frac{5}{6}}$	
3.	Ako su x_1 i x_2 rešenja date jednačine, i važi dati uslov, tada je: Ha x_1 és x_2 az adott egyenlet megoldásai , és teljesül a mellékelt feltétel, akkor fennáll:		$x^2-5x+c=0$ $x_1+2x_2=7$	
a) $c=6$	**b)** $x_1=3$	**c)** $c=7$	**d)** $x_2=3$	

4.	Rešenja date jednačine nalazi zadovoljavaju jednakost: Az egyenlet megoldásaira igaz a következő egyenlőség:	$10\cdot 2^x - 4^x = 16$

a) $x_1\cdot x_2 = 4$	**b)** $x_1 + x_2 = 4$	**c)** $x_1\cdot x_2 = 3$	**d)** $x_1 + x_2 = 3$	

5.	Rešenja date logaritamske nejednačine su u skupu: A logaritmusos egyenlőtlenség megoldáshalmaza:	$\log_x 32 > 5$

a) $x\in (1,2)$	**b)** $1 < x < 2$	**c)** $x\in (1,2]$	**d)** $1< x \le 2)$	

6.	Bez kalkulatora izračunata vrednost izraza je: A kifejezés segédeszközök nélkül kiszámított értéke:	$\dfrac{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\mathrm{tg}\alpha}{1+\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\cdot\mathrm{tg}\alpha} =$

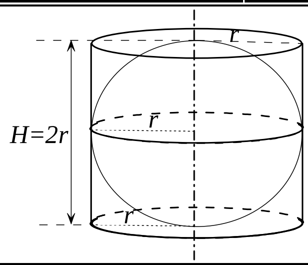
a) $\dfrac{\pi}{4}$	**b)** $\mathrm{tg}\dfrac{\pi}{4}$	**c)** 1	**d)** $\mathrm{tg}\alpha$	

7.	Zbir svih rešenja trigonometrijske jednačine u razmaku $[0, 4\pi]$ je: Az adott trigonometriai egyenlet $[0, 4\pi]$ intervallumba eső gyökeinek összege:	$\sin x = \cos x$

a) $\dfrac{28\pi}{4}$	**b)** $\dfrac{27\pi}{3}$	**c)** 9π	**d)** 7π	

8.	Data je elipsa i njena sečica. Kolika je dužina *t* tetive (rastojanje između presečnih tačaka krive i prave)? Adott az ellipszis és szelője. Milyen hosszú a szelőhöz tartózó *t* húr (a metszéspontok közötti távolság)?	$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=1$

a) $1 \le t < 3$	**b)** $4 \le t < 6$	**c)** $3 \le t < 5$	**d)** $5 \le t < 7$	

9.	Od valjka poluprečnika 5cm i visine 10cm izklesana je lopta poluprečnika 5cm. Koliki je procenat otpada? Egy 5cm sugarú és 10cm magasságú hengerből 5cm sugarú gömböt faragtunk ki. Hány százalék a hulladék?	

a) 20%–30%	**b)** 25%–35%	**c)** 30%–40%	**d)** 35%–45%	

10.	Od četiri broja prva tri obrazuju aritmetički niz a poslednja 3 geometrijski. Zbir dva krajnja broja je 11 a zbir dva srednja je 10. Postoje cela i razlomljena rešenja. Za rešenja koji su **celi brojevi** važi: Négy szám közül az első három számtani, az utolsó három mértani sorozatot alkot. A két szélső összege 11, a két középső összege 10. A tört megoldásokat mellőzve, ha csak **egész számokra** figyelünk, akkor:	a, b, c, d

a) $a + c = 18$	**b)** $a + c = 8$	**c)** $b + d = 23$	**d)** $b + d = 13$	

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 22.09.2008.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2008.09.22.

PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE
FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Zaokružiti **jedno ili dva** od slova **a), b), c)** ili **d)** ispred onih odgovora koje smatrate ispravnim. Od ponudjena četiri odgovora UVEK SU TAČNA **DVA** ODGOVORA! -- Ako zaokružite više od dva odgovora = minus 1 bod! -------------------------------------- Ako je zaokružen samo jedan ispravan odgovor, tada se vrednuje sa 3 boda. -- Ako su zaokružena dva odgovora, od kojih je jedan ispravan, a dugi neispravan, vrednujemo sa 2 boda. -------------------------------------- Ako su zaokružena tačno dva ispravna odgovora, vrednujemo sa 6 bodova. -------------------------------------- Ako su zaokruženi samo neispravni odgovori ili nema nijednog zaokruženog odgovora, dobijete 0 boda. ------------------------------------- UKUPNI MOGUĆI BROJ BODOVA JE 60.	Karikázzon be **egy vagy két** betűt az **a), b), c)** és **d)** betűk közül, amelyek a véleménye szerint a helyes válaszokat jelölik. A felkínált lehetőségek között. MINDIG **KÉT** HELYES VÁLASZ VAN! ----------------------------------- Ha több mint két betűt karikáz be = mínusz 1 pont! ------------------------------------ Ha egyetlen választ karikázott be, és az jó, akkor 3 ponttal értékeljük. ------------------------------------ Ha két választ karikázott be, és az egyik jó, a másik rossz, akkor 2 ponttal értékeljük . ------------------------------------ Ha két választ karikázott be és mindkettő jó, akkor 6 pont a feladat értéke. -------------------------------------- Ha csak téves választ (vagy válaszokat) karikázott be, illetve ha nics bekarikázott válasz, akkor 0 pont jár. ------------------------------------- AZ ÖSSZESÍTETT PONTSZÁM 60 LEHET

Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1.	Uprošćena vrednost datog izraza je: Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:		$\frac{a+5}{a-5}-\frac{a-5}{a+5}=$	
a) $\frac{20a}{a^2-25}$	**b)** $\frac{20}{a^2-25}$	**c)** $\frac{20a}{(a-5)(a+5)}$	**d)** $\frac{a}{(a-5)(a+5)}$	
2.	Uprošćena vrednost datog izraza je: Az adott kifejezés egyszerűsített alakja:		$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}\cdot a^{-\frac{7}{8}}=$	
a) 1	**b)** a^1	**c)** 0	**d)** a^0	
3.	Ako su x_1 i x_2 rešenja date jednačine, tada važi: Ha x_1 és x_2 az adott egyenlet megoldásai , akkor fennáll:		$x^2=2(x-1)$	
a) $x_1+x_2=2$	**b)** $x_1-x_2=2i$	**c)** $x_1+x_2=-2i$	**d)** $x_1+x_2=-2$	

4.

Rešenje date jednačine nalazi se u skupu:

Az egyenlet megoldása a következő halmazhoz tartozik:

$$5^x + 3\cdot 5^{x-2} = 140$$

a) A={ 1, 2, 4}	**b)** B={ 2, 3, 4}	**c)** C={ 1, 3, 4}	**d)** D={ 2, 4, 5}	

5.

Ako je x_0 rešenje date logaritamske jednačine, tada važi:

Ha a logaritmusos egyenlet megoldása x_0, akkor fennáll:

$$\log_3\left(5+4\log_3\left(x-1\right)\right)=2$$

a) $x_0\in(2,5)$	**b)** $x_0\in(3,6)$	**c)** $x_0\in(4,7)$	**d)** $x_0\in(1,4)$	

6.

Bez kalkulatora izračunata vrednost izraza je:

A kifejezés segédeszközök nélkül kiszámított értéke:

$$\cos\frac{7\pi}{10}\cdot\cos\frac{\pi}{5}+\sin\frac{7\pi}{10}\cdot\sin\frac{\pi}{5}=$$

a) $\frac{1}{2}$	**b)** $\cos\frac{\pi}{2}$	**c)** 0	**d)** $\cos\frac{\pi}{3}$	

7.

Najmanje pozitivno rešenje x_0 trigonometrijske jednačine zadovoljava uslov : $x_0>\varphi$, ge je:

Az adott trigonometriai egyenlet legkisebb pozitív gyökére x_0-ra teljesül: $x_0>\varphi$, ahol:

$$2\sin 5x-1=0$$

a) $\varphi=\frac{41}{400}$	**b)** $\varphi=\frac{11}{100}$	**c)** $\varphi=\frac{21}{200}$	**d)** $\varphi=\frac{31}{300}$	

8.

Data je jednačina kružnice čiji je centar tačka C, a poluprečnik r. Važe sledeća tvrđenja:

Adott a C középpontú és r sugarú kör egyenlete. Igazak a következő állítások:

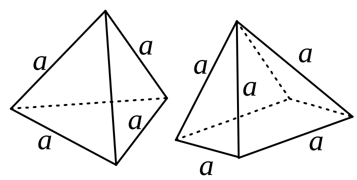
$$x^2+y^2-8x-10y+16=0$$

a) $r = 4$	**b)** $C(4; 5)$	**c)** $C(5; 4)$	**d)** $r = 5$	

9.

Date su: jednakoivična trostrana piramida i jednakoivična četvorostrana piramida, dužine ivica a. Neka su P_1 i P_2 površine, a V_1 i V_2 zapremine u datom redu. Važi:

Az egyenlőélű háromoldalú gúla és az egyenlőélű négyoldalú gúla élei a hosszúságúak. A testek felszíne P_1 és P_2 térfogatuk pedig V_1 és V_2 az adott sorrendben.



a) $V_1 : V_2 = 2 : 3$	**b)** $V_1 : V_2 = 1 : 2$	**c)** $P_2 - P_1 = a^2$	**d)** $P_2 - P_1 = a^3$	

10.

Zbir tri broja, koji čine geometrijsku progresiju je 12. Ako se drugom broju doda 18 dobija se aritmetički niz.
Naći te brojeve, i utvrditi koje tvrđenje je istinito:

A mértani sorozatot alkotó három szám összege 12. Ha a második számot 18-cal növeljük, akkor számtani sorozatot nyerünk. A kapott számokra igaz állítások:

$$a,\ b,\ c$$

a) $a + b = 19$	**b)** $a + c = 20$	**c)** $a + b = 20$	**d)** $a + 2b + c = 4$	

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 01.07.2008.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2008.07.01.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE – rešenja FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL– megoldások	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a c	a d	a b	b c	a b	b c	a d	b d	b c	b d

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 08.09.2008.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2008.09.08.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE – rešenja FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL– megoldások	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a c	a d	a b	b c	a b	b c	a d	b d	b c	b d

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 22.09.2008.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2008.09.22.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE – rešenja FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL– megoldások	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a c	a d	a b	b c	a b	b c	a d	b d	b c	b d

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 29.06.2009.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2009.06.29.

PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE
FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Zaokružiti **jedno ili dva** od slova **a), b), c)** ili **d)** ispred onih odgovora koje smatrate ispravnim. Od ponudjena četiri odgovora UVEK SU TAČNA **DVA** ODGOVORA! -- Ako zaokružite više od dva odgovora = minus 1 bod! -------------------------------------- Ako je zaokružen samo jedan ispravan odgovor, tada se vrednuje sa 3 boda. -------------------------------------- Ako su zaokružena tačno dva ispravna odgovora, vrednujemo sa 6 bodova. -------------------------------------- Ako su zaokruženi samo neispravni odgovori ili nema nijednog zaokruženog odgovora, dobijete 0 boda. ------------------------------------- UKUPNI MOGUĆI BROJ BODOVA JE 60.	Karikázzon be **egy vagy két** betűt az **a), b), c)** és **d)** betűk közül, amelyek a véleménye szerint a helyes válaszokat jelölik. A felkínált lehetőségek között. MINDIG **KÉT** HELYES VÁLASZ VAN! ----------------------------------- Ha több mint két betűt karikáz be = mínusz 1 pont! ------------------------------------ Ha egy választ karikázott be, és az jó, akkor 3 ponttal értékeljük. ------------------------------------ Ha két választ karikázott be és mindkettő jó, akkor 6 pont a feladat értéke. --------------------------------------- Ha csak téves választ (vagy válaszokat) karikázott be, illetve ha nics bekarikázott válasz, akkor 0 pont jár. ------------------------------------ AZ ÖSSZESÍTETT PONTSZÁM 60 LEHET

Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1.	Skraćeni oblik datog algebarskog razlomka je: *Az adott algebrai tört egyszerűsített alakja:*	$\frac{a^3-9a}{2a^2-12a+18}\cdot\frac{a-3}{a^2+3a}=$	
a) 0,2;	**b)** 2;	**c)** $\frac{1}{2}$;	**d)** 2^{-1}.

2.	Tačna vrednost datog izraza pripada intervalu: *Az adott kifejezés pontos értéke a következő intervallumba esik:*	$\left(3\frac{1}{4}\right)^4\cdot\left(\frac{8}{13}\right)^4-\left(3\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(1\frac{1}{6}\right)^2=$	
a) $[-1,0]$;	**b)** $(-1,1)$;	**c)** $[-1,0)$;	**d)** $(0,1]$.

3.	Ako su **celi brojevi** x_1 i x_2 rešenja date jednačine, tada važi: *Ha x_1 és x_2 **egész számok** az adott egyenlet megoldásai , akkor fennáll:*	$x^2+11+\sqrt{x^2+11}=42$	
a) $x_1=x_2$;	**b)** $\lvert x_1\rvert=\lvert x_2\rvert$;	**c)** $\lvert x_1\rvert+\lvert x_2\rvert=10$;	**d)** $\lvert x_1\rvert+\lvert x_2\rvert=20$.

4.	Rešenje date jednačine nalazi se u skupu: *Az egyenlet megoldása a következő halmazhoz tartozik*:	$7^{x+1}-6\cdot 7^{x}-5\cdot 7^{x-1}=14$

a) A={ 1, 2, 4};	**b)** B={ 2, 3, 4};	**c)** C={ 1, 3, 4};	**d)** D={ 3, 4, 5}.	

5.	Ako je (bez kalkulatora izračunata) vrednost datog izraza A, tada važi: *Ha a kifejezés (segédeszközök nélkül kiszámított) értéke A, akkor teljesül*:	$A=\log_2\frac{1}{2}+\log_{49}7+$ $+\log 100+\log_3\log_4 64$

a) $A\in(4,8)$;	**b)** $A\in(1,5)$;	**c)** $A\in(3,7)$;	**d)** $A\in(2,6)$;	

6.	Ako važe dati uslovi za ugao α, tada je: *Ha α szög kielégíti az adott feltételeket, akkor igaz*:	$\cos\alpha=-\frac{5}{13},\ \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

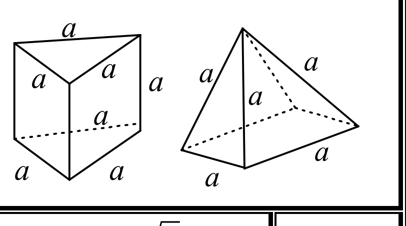
a) $\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha=-\frac{169}{60}$	**b)** $\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha=-\frac{60}{169}$	**c)** $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=-\frac{169}{60}$	**d)** $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=-\frac{60}{169}$	

7.	Najmanje pozitivno rešenje x_0 trigonometrijske jednačine zadovoljava uslov : *Az adott trigonometriai egyenlet legkisebb pozitív gyökére, x_0-ra teljesül*:	$4\sin 2x\cdot\cos 2x+1=0$

a) $\frac{3\pi}{24}<x_0\le\frac{5\pi}{24}$;	**b)** $\frac{4\pi}{24}<x_0\le\frac{6\pi}{24}$;	**c)** $\frac{5\pi}{24}<x_0\le\frac{7\pi}{24}$;	**d)** $\frac{6\pi}{24}<x_0\le\frac{8\pi}{24}$.	

8.	Ako je tačka C centar, a r polupečnik date kružnice, tada za tačke A, B i C važi: *Ha C az adott kör középpontja, r pedig a sugara, akkor A, B és C pontokra teljesül:*	$x^2+y^2-4x-2y=4$ $A(1,1)\ ,\ B(3,-1)$

a) $\lvert AC\rvert\le r$;	**b)** $\lvert AC\rvert>r$;	**c)** $\lvert BC\rvert\le r$;	**d)** $\lvert BC\rvert>r$.	

9.	Jednakoivična prava trostrana prizma ima zapreminu V_1, dok zapremina jednakoivične prave četvorostrane piramide je V_2. Ako su ivice tih tela iste dužine a, tada je istinito tvrđenje: *Az egyenlőélű háromoldalú hasáb és az egyenlőélű négyoldalú gúla élei a hosszúságúak. A testek térfogata V_1 és V_2 az adott sorrendben. Teljesül a következő állítás*:	

a) $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$;	**b)** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$;	**c)** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$;	**d)** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}$.	

10.	Koja tvrđenja su tačna za članove aritmetičkog niza zadatog sistemom jednačina? A mellékelt egyenletrendszerrel adott számtani sorozat tagjaira vonatkozó állítások közül igazak:	$a_5+a_7+a_{11}=96,$ $a_8-a_3=15$

a) $a_1+a_2=26$;	**b)** $a_1+a_2=27$;	**c)** $a_2+a_3=33$;	**d)** $a_3+a_4=40$.	

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 29.06.2009.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2009.06.29.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE	**FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL**
REŠENJA	**MEGOLDÁSOK**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c d	a b	b c	a b	b d	a d	c d	a c	a d	b c

1. $$\frac{a^3-9a}{2a^2-12a+18}\cdot\frac{a-3}{a^2+3a}=\frac{a\left(a^2-9\right)}{2\left(a^2-6a+9\right)}\cdot\frac{a-3}{a(a+3)}=\frac{a(a-3)(a+3)}{2(a-3)^2}\cdot\frac{a-3}{a(a+3)}=\frac{1}{2}.$$

. c d .

2. $$\left(3\frac{1}{4}\right)^4\cdot\left(\frac{8}{13}\right)^4-\left(3\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(1\frac{1}{6}\right)^2=\left(\frac{13}{4}\cdot\frac{8}{13}\right)^4-\left(\frac{24}{7}\cdot\frac{7}{6}\right)^2=2^4-4^2=16-16=0.$$

. a b .

3. $x^2+11+\sqrt{x^2+11}=42 \Rightarrow t=\sqrt{x^2+11} \Rightarrow t^2+t-42=0 \Rightarrow t_1=6,\ t_2=-7$

Vrednost t ne može biti –7 za realne brojeve, zato se prihvata samo:

$t=6 \Rightarrow \sqrt{x^2+11}=6 \Rightarrow x^2+11=36 \Rightarrow x^2=25 \Rightarrow x_1=5,\ x_2=-5.$

. b c .

4. $$7\cdot7^x-6\cdot7^x-\frac{5}{7}\cdot7^x=14 \Rightarrow 7^x\cdot\left(7-6-\frac{5}{7}\right)=14 \Rightarrow \frac{2}{7}\cdot7^x=14 \Rightarrow 7^x=49 \Rightarrow x=2.$$

. a b .

5. $$\log_2\frac{1}{2}+\log_{49}7+\log100+\log_3\log_4 64=\log_2 2^{-1}+\log_{7^2}7+\log10^2+\log_3\log_4 4^3=$$
$$=-1\cdot\log_2 2+\frac{1}{2}\cdot\log_7 7+2\cdot\log10+\log_3 3=-1+\frac{1}{2}+2+1=\frac{5}{2}.$$

. b d .

6. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi \Rightarrow \sin\alpha>0 \Rightarrow \sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha} \Rightarrow \sin\alpha=\sqrt{1-\frac{25}{169}} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{12}{13}.$

$\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{12}{5},\ \mathrm{ctg}\alpha=-\frac{5}{12}.$

$\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha=-\frac{12}{5}-\frac{5}{12}=-\frac{169}{60},\quad \sin\alpha\cdot\cos\alpha=\left(-\frac{12}{13}\right)\cdot\left(\frac{5}{13}\right)=-\frac{60}{169}.$

. a d .

7. $4\sin 2x\cdot\cos 2x=-1 \Rightarrow 2\sin 4x=-1 \Rightarrow \sin 4x=-\frac{1}{2}.$

$4x=\frac{-\pi}{6}+2k\pi \Rightarrow x_1=\frac{-\pi}{24}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$

$4x=\pi+\frac{\pi}{6}+2l\pi \Rightarrow 4x=\frac{7\pi}{6}+2l\pi \Rightarrow x_2=\frac{7\pi}{24}+\frac{l\pi}{2}, l\in\mathbb{Z}.$

. c d .

8. $x^2+y^2-4x-2y=4 \Rightarrow (x^2-4x+4)-4+(y^2-2y+1)-1=4.$

$\Rightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=9 \Rightarrow C(2,1)\ ;\ r=3.$

$d(A,C)=\sqrt{(2-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}<3$

$d(B,C)=\sqrt{(3-1)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}<3.$

. a c .

9.

$$\left.\begin{array}{l} V_1=B\cdot H=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}. \\ V_2=\frac{1}{3}B\cdot H=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}. \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{4}}{\frac{a^3\sqrt{2}}{6}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}\right)=\frac{9\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}.$$

. a d .

10.

$$\begin{array}{l} a_5+a_7+a_{11}=96, \\ a_8-a_3=15 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 3a_1+20d=96 \\ 5d=15 \Rightarrow d=3 \end{array} \Rightarrow a_1=12$$. Niz je: 12,15,18,21,...

. b c .

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 08.09.2009.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2009.09.08.

PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE
FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Zaokružiti **jedno ili dva** od slova **a), b), c)** ili **d)** ispred onih odgovora koje smatrate ispravnim. Od ponudjena četiri odgovora UVEK SU TAČNA **DVA** ODGOVORA!	Karikázzon be **egy vagy két** betűt az **a), b), c)** és **d)** betűk közül, amelyek a véleménye szerint a helyes válaszokat jelölik. A felkínált lehetőségék között. MINDIG **KÉT** HELYES VÁLASZ VAN!
Ako zaokružite više od dva odgovora = minus 1 bod!	Ha több mint két betűt karikáz be = mínusz 1 pont!
Ako je zaokružen samo jedan ispravan odgovor, tada se vrednuje sa 3 boda.	Ha egy választ karikázott be, és az jó, akkor 3 ponttal értékeljük.
Ako su zaokružena tačno dva ispravna odgovora, vrednujemo sa 6 bodova.	Ha két választ karikázott be és mindkettő jó, akkor 6 pont a feladat értéke.
Ako su zaokruženi samo neispravni odgovori ili nema nijednog zaokruženog odgovora, dobijete 0 boda.	Ha csak téves választ (vagy válaszokat) karikázott be, illetve ha nics bekarikázott válasz, akkor 0 pont jár.
UKUPNI MOGUĆI BROJ BODOVA JE 60.	AZ ÖSSZESÍTETT PONTSZÁM 60 LEHET

Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1. Skraćeni oblik datog algebarskog razlomka je:

Az adott algebrai tört egyszerűsített alakja:

$$\frac{a^2+2a}{a-2}\cdot\frac{2a^2-8a+8}{a^3-4a}=$$

a) $\frac{1}{2}$;	**b)** 2;	**c)** 0,2;	**d)** $\sqrt{4}$.

2. Tačna vrednost datog izraza pripada intervalu:

Az adott kifejezés pontos értéke a következő intervallumba esik:

$$\left(\sqrt{4}\right)^4\cdot\left(\sqrt{5^0}\right)^4-\left(2\sqrt[4]{16}\right)^2\cdot\left(\frac{2^2-3}{3^0}\right)^2=$$

a) $[-4,0]$;	**b)** $(-5,5)$;	**c)** $[-4,0)$;	**d)** $(0,5]$.

3. Ako su x_1 i x_2 rešenja date jednačine, tada važi:

Ha x_1 és x_2 az adott egyenlet megoldásai , akkor fennáll:

$$2\sqrt[3]{x^2}-5\sqrt[3]{x}=3$$

a) $\lvert x_1+x_2\rvert<27$;	**b)** $\lvert x_1+x_2\rvert>27$;	**c)** $\lvert x_1\cdot x_2\rvert>3$;	**d)** $\lvert x_1\cdot x_2\rvert<3$.

4.	Rešenje date jednačine nalazi se u skupu: Az egyenlet megoldása a következő halmazhoz tartozik:	$\frac{1}{8}\sqrt[4]{2^{3x+1}}=8^{-2/3}$

a) A={ 1, 2, 4};	**b)** B={ 2, 3, 4};	**c)** C={ 1, 3, 4};	**d)** D={ 2, 4, 5}.	

5.	Ako je x_0 rešenje date logaritamske jednačine, tada važi: Ha a logaritmusos egyenlet megoldása x_0, akkor fennáll:	$\log_3(x+1)+\log_3(x+3)-1=0$

a) $x_0\in[-4,-1)$;	**b)** $x_0\in[-1,6)$;	**c)** $x_0\in[0,7)$;	**d)** $x_0\in[-1,0)$;	

6.	Pri datim uslovima za vrednost $\cos(\alpha+\beta)$ važi: Az adott feltételek mellett $\cos(\alpha+\beta)$ értékére igaz:	$\sin\alpha=\sin\beta=\frac{5}{13}$, $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$

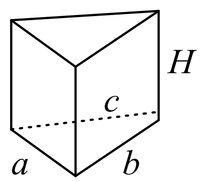
a) $\cos(\alpha+\beta)<0$	**b)** $\cos(\alpha+\beta)=-1$	**c)** $\cos(\alpha+\beta)=1$	**d)** $\cos(\alpha+\beta)>0$	

7.	Dva najmanja nenegativna rešenja x_1 i x_2 trigonometrijske jednačine zadovoljava uslov : Az adott trigonometriai egyenlet két legkisebb nemnegatív gyökére, x_1 és x_2-re teljesül:	$\sin x+\cos x=1+\sin x\cdot\cos x$

a) $x_1+x_2=\frac{\pi}{2}$;	**b)** $x_1+x_2>\frac{\pi}{2}$;	**c)** $x_1+x_2<\frac{\pi}{2}$;	**d)** $x_1\cdot x_2=0$;	

8.	Ako je tačka C centar, a r polupečnik date kružnice, tada za tačke A, B i C važi: *Ha C az adott kör középpontja, r pedig a sugara, akkor A, B és C pontokra teljesül:*	$x^2+y^2-4x-2y+1=0$ $A(1,1)$, $B(5,0)$

a) $\lvert AC\rvert\le r$;	**b)** $\lvert AC\rvert>r$;	**c)** $\lvert BC\rvert\le r$;	**d)** $\lvert BC\rvert>r$.	

9.	Prava trostrana prizma ima u osnovi trougao sa stranicama a, b, c, Visina joj je jednaka poluobimu baze. Za merni broj površine P te prizme važi: Az egyenes háromoldalú hasáb alapélei a, b és c, magassága H egyenlő az alaplap félkerületével. A test felszínének mérőszáma P. Erre a számra teljesül:	$a=44cm$ $b=39cm$ $c=17cm$ 

a) $5400<P<5600$;	**b)** $5500<P<5700$;	**c)** $5600<P<5800$;	**d)** $5700<P<5900$.	

10.	Članovi jednog geometrijskog niza zadovoljavaju datu jednačinu. Koja tvrđenja su tačna za rešenje te jednačine? Egy mértani sorozat elemei kielégítik a következő egyenletet: Mely állítások igazak az adott egyenlet megoldására?	$3+6+12+...+x=189$

a) $a_4=25$;	**b)** $x=a_6$;	**c)** $S_8=665$;	**d)** $S_7=381$.	

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 08.09.2009.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2009.09.08.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL	
REŠENJA	**MEGOLDÁSOK**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b d	a b	a c	a c	b c	a b	a d	a d	b c	b d

1. $\dfrac{a^2+2a}{a-2}\cdot\dfrac{2a^2-8a+8}{a^3-4a}=\dfrac{a(a+2)}{(a-2)}\cdot\dfrac{2(a^2-4a+4)}{a(a^2-4)}=\dfrac{a(a+2)}{(a-2)}\cdot\dfrac{2(a-2)^2}{a(a-2)(a+2)}=2$.

. b d .

2. $\left(\sqrt{4}\right)^4\cdot\left(\sqrt{5^0}\right)^5-\left(2\cdot\sqrt[4]{16}\right)^2\cdot 1=2^4\cdot\left(\sqrt{5}\right)^0-\left(2\cdot\sqrt{4}\right)^2\cdot 1=2^4\cdot 1^5-(2\cdot 2)^2\cdot 1=16-16=0$.

. a b .

3. $2\sqrt[3]{x^2}-5\sqrt[3]{x}=3\ \Rightarrow\ t=\sqrt[3]{x}\ \Rightarrow\ 2t^2-5t-3=0\Rightarrow t_1=3,\ t_2=-\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow\ t=\sqrt[3]{x}\ \Rightarrow\ x=t^3\Rightarrow\ x_1=27,\ x_2=-\dfrac{1}{8}\ \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1+x_2=27-\dfrac{1}{8}=26\dfrac{7}{8}$ i $x_1\cdot x_2=27\cdot\left(-\dfrac{1}{8}\right)=-\dfrac{27}{8}=-3\dfrac{3}{8}$

. a c .

4. $\sqrt[4]{2^{3x+1}}=8\cdot 8^{-2/3}\Rightarrow\sqrt[4]{2^{3x+1}}=8^{1/3}\ /^{\uparrow 4}\ \Rightarrow 2^{3x+1}=\left(2^3\right)^{4/3}\ \Rightarrow\ 2^{3x+1}=2^4\Rightarrow 3x+1=4\Rightarrow x=1.$

. a c .

5. $\log_3(x+1)+\log_3(x+3)-1=0\Rightarrow\log_3(x+1)(x+3)=1\ \Rightarrow\ (x+1)(x+3)=3\Rightarrow$

$\Rightarrow\ x^2+4x+3=3\ \Rightarrow\ x^2+4x=0\ \Rightarrow\ x(x+4)=0\ \Rightarrow\ x_1=0,\ x_2=-4.$

Zbog $x+1>0\wedge x+3>0$ mora biti $x>-1$. Sledi rešenje: $x=0$.

. b c .

6. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$.

$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow\cos\alpha>0$ $,\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)\Rightarrow\cos\beta<0.$

$\cos\alpha=\frac{12}{13}$ és $\cos\beta=-\frac{12}{13}$. $\cos(\alpha+\beta)=\frac{12}{13}\cdot\left(-\frac{12}{13}\right)-\frac{5}{13}\cdot\frac{5}{13}=-\frac{144}{169}-\frac{25}{169}=-\frac{169}{169}=-1$

. a b .

7. $\sin x+\cos x-\sin x\cdot\cos x-1=0\ \Rightarrow\ \sin x\cdot(1-\cos x)+\cos x-1=0\ \Rightarrow.$

$\Rightarrow\ \sin x\cdot(1-\cos x)-(1-\cos x)=0\ \Rightarrow\ (1-\cos x)(\sin x-1)=0\ \Rightarrow$

$\Rightarrow\ 1-\cos x=0\quad\vee\sin x-1=0\ \Rightarrow$

$\Rightarrow\ (\cos x=1\ \Rightarrow x_1=2k\pi,k\in\mathbb{Z}\ )\vee\left(\sin x=1\ \Rightarrow x_2=\frac{\pi}{2}+2l\pi,l\in\mathbb{Z}\right).$

. a d .

8. $x^2+y^2-4x-2y+1=0\ \Rightarrow\ (x^2-4x+4)-4+(y^2-2y+1)-1+1=0\ \Rightarrow$

$\Rightarrow\ (x-2)^2+(y-1)^2=4\ \Rightarrow\ C(2,1)\ ;\ r=2.$

$d(A,C)=\sqrt{(2-1)^2+(1-1)^2}=\sqrt{1+0}=1<2$

$d(B,C)=\sqrt{(5-2)^2+(0-1)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}>2$

. a d .

9. Sledi po Heronovom obrascu: $B=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ \ s=\frac{a+b+c}{2}=H$.

Otuda je: $s=H=$ $50cm$. Sledi: $B=\sqrt{50\cdot6\cdot11\cdot33}=\sqrt{2^2\cdot3^2\cdot5^2\cdot11^2}=2\cdot3\cdot5\cdot11=330$.
Površina je: *P=2B+M*. Pošto je omotač sastavljen od tri pravougaonika, zato je:
$M=H\cdot(a+b+c)=50\cdot100=5000\,cm^2$.Površina je: *P*=660+5000= $5660cm^2$.

. b c .

10. Jednačina predstavlja zbir prvih članova geometrijskog niza čiji su karakteristični elementi: $a_1=3,\quad q=2$. Prema tome:

$S_n=189=a_1\frac{q^n-1}{q-1}=3\frac{2^n-1}{2-1}=3\cdot(2^n-1)\ \Rightarrow 2^n=64\ \Rightarrow\ n=6.$

To znači da je x šesti član tog niza: $x=a_6=a_1\cdot q^5=3\cdot2^5=96,\ S_7=381,\ S_8=765$

. b d .

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 18.09.2009.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2009.09.18.

PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE
FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL

Zaokružiti **jedno ili dva** od slova **a), b), c)** ili **d)** ispred onih odgovora koje smatrate ispravnim. Od ponudjena četiri odgovora UVEK SU TAČNA **DVA** ODGOVORA!	Karikázzon be **egy vagy két** betűt az **a), b), c)** és **d)** betűk közül, amelyek a véleménye szerint a helyes válaszokat jelölik. A felkínált lehetőségek között. MINDIG **KÉT** HELYES VÁLASZ VAN!
Ako zaokružite više od dva odgovora = minus 1 bod!	Ha több mint két betűt karikáz be = mínusz 1 pont!
Ako je zaokružen samo jedan ispravan odgovor, tada se vrednuje sa 3 boda.	Ha egy választ karikázott be, és az jó, akkor 3 ponttal értékeljük.
Ako su zaokružena tačno dva ispravna odgovora, vrednujemo sa 6 bodova.	Ha két választ karikázott be és mindkettő jó, akkor 6 pont a feladat értéke.
Ako su zaokruženi samo neispravni odgovori ili nema nijednog zaokruženog odgovora, dobijete 0 boda.	Ha csak téves választ (vagy válaszokat) karikázott be, illetve ha nics bekarikázott válasz, akkor 0 pont jár.
UKUPNI MOGUĆI BROJ BODOVA JE 60.	AZ ÖSSZESÍTETT PONTSZÁM 60 LEHET

Prezime i ime kandidata A jelölt családneve és neve:	Konkursni broj: Jelentkezési szám:

Σ

1. Skraćeni oblik datog algebarskog razlomka je:

Az adott algebrai tört egyszerűsített alakja:

$$\frac{a^3-9a}{2a^2-12a+18}\cdot\frac{a-3}{a^2+3a}=$$

a) 0,2;	**b)** 2;	**c)** $\frac{1}{2}$;	**d)** 2^{-1}.

2. Tačna vrednost datog izraza pripada intervalu:

Az adott kifejezés pontos értéke a következő intervallumba esik:

$$\left(3\frac{1}{4}\right)^4\cdot\left(\frac{8}{13}\right)^4-\left(3\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(1\frac{1}{6}\right)^2=$$

a) $[-1,0]$;	**b)** $(-1,1)$;	**c)** $[-1,0)$;	**d)** $(0,1]$.

3. Ako su **celi brojevi** x_1 i x_2 rešenja date jednačine, tada važi:

Ha x_1 és x_2 ***egész számok*** *az adott egyenlet megoldásai , akkor fennáll:*

$$x^2+11+\sqrt{x^2+11}=42$$

a) $x_1=x_2$;	**b)** $\vert x_1\vert=\vert x_2\vert$;	**c)** $\vert x_1\vert+\vert x_2\vert=10$;	**d)** $\vert x_1\vert+\vert x_2\vert=20$.

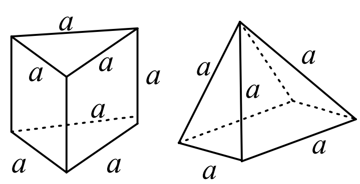
4.	Rešenje date jednačine nalazi se u skupu: *Az egyenlet megoldása a következő halmazhoz tartozik*:	$7^{x+1}-6\cdot 7^{x}-5\cdot 7^{x-1}=14$	
a) A={ 1, 2, 4};	**b)** B={ 2, 3, 4};	**c)** C={ 1, 3, 4};	**d)** D={ 3, 4, 5}.

5.	Ako je (bez kalkulatora izračunata) vrednost datog izraza A, tada važi: *Ha a kifejezés (segédeszközök nélkül kiszámított) értéke A, akkor teljesül*:	$A=\log_2\frac{1}{2}+\log_{49}7+$ $+\log 100+\log_3\log_4 64$	
a) $A\in(4,8)$;	**b)** $A\in(1,5)$;	**c)** $A\in(3,7)$;	**d)** $A\in(2,6)$;

6.	Ako važe dati uslovi za ugao α, tada je: *Ha α szög kielégíti az adott feltételeket, akkor igaz*:	$\cos\alpha=-\frac{5}{13},\ \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$	
a) $\text{tg}\alpha+\text{ctg}\alpha=-\frac{169}{60}$	**b)** $\text{tg}\alpha+\text{ctg}\alpha=-\frac{60}{169}$	**c)** $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=-\frac{169}{60}$	**d)** $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=-\frac{60}{169}$

7.	Najmanje pozitivno rešenje x_0 trigonometrijske jednačine zadovoljava uslov : *Az adott trigonometriai egyenlet legkisebb pozitív gyökére, x_0-ra teljesül*:	$4\sin 2x\cdot\cos 2x+1=0$	
a) $\frac{3\pi}{24}<x_0\le\frac{5\pi}{24}$;	**b)** $\frac{4\pi}{24}<x_0\le\frac{6\pi}{24}$;	**c)** $\frac{5\pi}{24}<x_0\le\frac{7\pi}{24}$;	**d)** $\frac{6\pi}{24}<x_0\le\frac{8\pi}{24}$.

8.	Ako je tačka C centar, a r polupečnik date kružnice, tada za tačke A, B i C važi: *Ha C az adott kör középpontja, r pedig a sugara, akkor A, B és C pontokra teljesül:*	$x^2+y^2-4x-2y=4$ $A(1,1)\ ,\ B(3,-1)$	
a) $\lvert AC\rvert\le r$;	**b)** $\lvert AC\rvert>r$;	**c)** $\lvert BC\rvert\le r$;	**d)** $\lvert BC\rvert>r$.

9.	Jednakoivična prava trostrana prizma ima zapreminu V_1, dok zapremina jednakoivične prave četvorostrane piramide je V_2. Ako su ivice tih tela iste dužine a, tada je istinito tvrđenje: *Az egyenlőélű háromoldalú hasáb és az egyenlőélű négyoldalú gúla élei a hosszúságúak. A testek térfogata V_1 és V_2 az adott sorrendben. Teljesül a következő állítás*:		
a) $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$;	**b)** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$;	**c)** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$;	**d)** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}$.

10.	Koja tvrđenja su tačna za članove aritmetičkog niza zadatog sistemom jednačina? A mellékelt egyenletrendszerrel adott számtani sorozat tagjaira vonatkozó állítások közül igazak:	$a_5+a_7+a_{11}=96,$ $a_8-a_3=15$	
a) $a_1+a_2=26$;	**b)** $a_1+a_2=27$;	**c)** $a_2+a_3=33$;	**d)** $a_3+a_4=40$.

VISOKA TEHNIČKA ŠKOLA SUBOTICA 18.09.2009.	SZABADKAI MŰSZAKI SZAKFŐISKOLA 2009.09.18.
PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE FELVÉTELI VIZSGA MATEMATIKÁBÓL	
REŠENJA	MEGOLDÁSOK

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c d	a b	b c	a b	b d	a d	c d	a c	a d	b c

1. $$\frac{a^3-9a}{2a^2-12a+18}\cdot\frac{a-3}{a^2+3a}=\frac{a(a^2-9)}{2(a^2-6a+9)}\cdot\frac{a-3}{a(a+3)}=\frac{a(a-3)(a+3)}{2(a-3)^2}\cdot\frac{a-3}{a(a+3)}=\frac{1}{2}.$$

. c d .

2. $$\left(3\frac{1}{4}\right)^4\cdot\left(\frac{8}{13}\right)^4-\left(3\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(1\frac{1}{6}\right)^2=\left(\frac{13}{4}\cdot\frac{8}{13}\right)^4-\left(\frac{24}{7}\cdot\frac{7}{6}\right)^2=2^4-4^2=16-16=0.$$

. a b .

3. $x^2+11+\sqrt{x^2+11}=42\ \Rightarrow t=\sqrt{x^2+11}\ \Rightarrow t^2+t-42=0\ \Rightarrow t_1=6,\ t_2=-7$

Vrednost t ne može biti -7 za realne brojeve, zato se prihvata samo:

$t=6\ \Rightarrow\ \sqrt{x^2+11}=6\ \Rightarrow\ x^2+11=36\ \Rightarrow x^2=25\Rightarrow\ x_1=5,\ x_2=-5.$

. b c .

4. $$7\cdot7^x-6\cdot7^x-\frac{5}{7}\cdot7^x=14\ \Rightarrow 7^x\cdot\left(7-6-\frac{5}{7}\right)=14\Rightarrow\ \frac{2}{7}\cdot7^x=14\Rightarrow 7^x=49\ \Rightarrow x=2.$$

. a b .

5. $$\log_2\frac{1}{2}+\log_{49}7+\log100+\log_3\log_4 64=\log_2 2^{-1}+\log_{7^2}7+\log10^2+\log_3\log_4 4^3=$$
$$=-1\cdot\log_2 2+\frac{1}{2}\cdot\log_7 7+2\cdot\log10+\log_3 3=-1+\frac{1}{2}+2+1=\frac{5}{2}.$$

. b d .

6. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi \Rightarrow \sin\alpha>0 \Rightarrow \sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha} \Rightarrow \sin\alpha=\sqrt{1-\frac{25}{169}} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{12}{13}.$

$\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{12}{5},\ \mathrm{ctg}\alpha=-\frac{5}{12}.$

$\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha=-\frac{12}{5}-\frac{5}{12}=-\frac{169}{60},\quad \sin\alpha\cdot\cos\alpha=\left(-\frac{12}{13}\right)\cdot\left(\frac{5}{13}\right)=-\frac{60}{169}.$

. a d .

7. $4\sin 2x\cdot\cos 2x=-1 \Rightarrow 2\sin 4x=-1 \Rightarrow \sin 4x=-\frac{1}{2}.$

$4x=\frac{-\pi}{6}+2k\pi \Rightarrow x_1=\frac{-\pi}{24}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$

$4x=\pi+\frac{\pi}{6}+2l\pi \Rightarrow 4x=\frac{7\pi}{6}+2l\pi \Rightarrow x_2=\frac{7\pi}{24}+\frac{l\pi}{2}, l\in\mathbb{Z}.$

. c d .

8. $x^2+y^2-4x-2y=4 \Rightarrow (x^2-4x+4)-4+(y^2-2y+1)-1=4.$

$\Rightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=9 \Rightarrow C(2,1)\ ;\quad r=3.$

$d(A,C)=\sqrt{(2-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}<3$

$d(B,C)=\sqrt{(3-1)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}<3.$

. a c .

9.

$$\left.\begin{array}{l} V_1=B\cdot H=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}. \\ V_2=\frac{1}{3}B\cdot H=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}. \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{a^3\sqrt{3}}{4}}{\frac{a^3\sqrt{2}}{6}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}\right)=\frac{9\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}.$$

. a d .

10.

$$\begin{array}{l} a_5+a_7+a_{11}=96, \\ a_8-a_3=15 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 3a_1+20d=96 \\ 5d=15 \Rightarrow d=3 \end{array} \Rightarrow a_1=12.$$ Niz je: 12,15,18,21,...

. b c .